

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MONTES CLAROS**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS**  
**DEPARTAMENTO DE ECONOMIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DESENVOLVIMENTO**  
**ECONÔMICO E ESTRATÉGIA EMPRESARIAL**

**RELAÇÃO RISCO E RETORNO NA PERSPECTIVA DO**  
**CAPM: ESTUDO COM EMPREGO DA METODOLOGIA DE**  
**ONDALETAS NO MERCADO BRASILEIRO.**

**Kelly Jaciara Fernandes da Silva Nunes**  
**Orientador: Prof. Dr. Carlos Renato**  
**Theóphilo.**  
**Coorientador: Geraldo Alemandro Leite**  
**Filho**

**MONTES CLAROS**

**2018**

**KELLY JACIARA FERNANDES DA SILVA NUNES**

**RELAÇÃO RISCO E RETORNO NA PERSPECTIVA DO CAPM:  
ESTUDO COM EMPREGO DA METODOLOGIA DE ONDALETAS  
NO MERCADO BRASILEIRO.**

Dissertação apresentada à Universidade Estadual de Montes Claros como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Desenvolvimento Econômico e Estratégia Empresarial.

**Orientador: Prof. Dr. Carlos Renato Theóphilo.**

**Coorientador: Prof. Dr. Geraldo Alemandro Leite Filho**

**MONTES CLAROS**

**2018**

**Kelly Jaciara Fernandes da Silva Nunes**

**RELAÇÃO RISCO E RETORNO NA PERSPECTIVA DO CAPM:  
ESTUDO COM EMPREGO DA METODOLOGIA DE ONDALETAS  
NO MERCADO BRASILEIRO.**

Orientador: **Prof. Doutor Carlos Renato Theóphilo**

Membros:

---

Coorientador: **Prof. Doutor Geraldo Alemandro Leite Filho**

---

**Professor Doutor Reginaldo Morais de Macedo**

---

**Professor Doutor Bruno Pérez Ferreira**

**MONTES CLAROS**

**2018**

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a Deus, por me conceder esta oportunidade e me proporcionar meios de realizá-la.

Agradeço ao meu orientador Dr. Carlos Renato Theóphilo pelos ensinamentos, dedicação e contribuições necessárias para que eu alcançasse os objetivos propostos no trabalho.

Ao meu coorientador Dr. Geraldo Alemandro Leite Filho, pelos ensinamentos na área de finanças e pelas contribuições para o desenvolvimento da dissertação.

Ao meu esposo Fernando Félix pela paciência, apoio e encorajamento diário.

Aos meus pais e minha família que sempre esteve apoiando e torcendo pelas minhas conquistas.

Aos amigos Fernando Ribeiro Cassiano e Hugo Costa pela ajuda e disponibilidade ao longo da elaboração do trabalho.

Aos colegas do PPGDEE que compartilharam comigo momentos de tensão, distrações e ensinamentos.

Ao colega e amigo Alexandre pelas discussões, conselhos e ajuda.

Sou grata ao programa de mestrado, em especial a professora Dra. Tania Marta Fialho pelo esforço e dedicação a abertura do PPGDEE.

*“Quando abro a porta de uma nova  
descoberta já encontro Deus lá dentro”.*

*Albert Einstein.*

## RESUMO

O modelo *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) é muito utilizado na área de finanças. Na literatura acadêmica, vários estudos foram realizados com o propósito de testar a aplicabilidade do modelo em mercados financeiros, mas não há um consenso nos resultados. Alguns encontraram resultados que refutam suas hipóteses e outros que aceitam seus pressupostos. Assim, discussões ainda permeiam o modelo CAPM. Considerando essas discussões, este estudo buscou verificar, utilizando uma metodologia que difere das convencionais, as ondaletas, se a hipótese de linearidade entre o risco e o retorno se comporta como previsto pelo modelo CAPM, no mercado brasileiro, no período de 2008 a 2016. O estudo compreende 15 empresas listadas na Brasil, Bolsa, Balcão (B3). Essas empresas somadas representam 60% de participação na carteira de mercado B3 e 80% dos papéis do IBX 100. A *proxy* para o retorno de mercado é o Ibovespa e para o ativo livre de risco é a taxa Selic. Foi realizada uma análise comparativa do comportamento do beta, calculado por meio de diferentes metodologias – método usual, ondaletas, ondaletas médio e ondaletas em escalas, demonstrando uma variação nos cálculos do risco sistemático possível de influenciar as percepções e decisões de investidores. Os resultados alcançados apontaram que as empresas com maiores riscos sistemáticos da amostra não proporcionaram os maiores prêmios de risco de mercado aos seus investidores. Na análise da relação entre o risco e o retorno em escalas temporais, verificou-se que a única relação positiva verificada foi na sexta escala temporal, mas os coeficientes da regressão foram estatisticamente insignificantes. Verificou-se também no estudo que a análise da relação entre o risco sistemático e o retorno por ondaletas, com os coeficientes anualizados, não mostraram resultados que confirmam o CAPM. Foram estimados os coeficientes obtidos por mínimos quadrados ordinários, metodologia usualmente utilizada, mas também não foi encontrada a relação linear e positiva entre o risco e o retorno. Conclui-se, através dos resultados empíricos, que não existe a relação entre o risco e o retorno conforme o previsto pelo CAPM para a amostra analisada, no período de 2008 a 2016, não tendo sido confirmada a hipótese do CAPM de que o risco é linearmente e positivamente associado ao retorno.

**Palavras-chaves:** CAPM, risco sistemático, relação risco-retorno, ondaletas.

## ***ABSTRACT***

The Capital Asset Pricing Model (CAPM) is widely used in finance. In the academic literature, several studies were carried out with the purpose of testing the applicability of the model in financial markets, but there is no consensus in the results. Some have found results that refute their hypotheses and others that accept their assumptions. Thus, discussions still permeate the CAPM model. Considering these discussions, this study sought to verify, using a methodology that differs from conventional ones, the wavelets, if the hypothesis of linearity between risk and return behaves as predicted by the CAPM model, in the Brazilian market, from 2008 to 2016. The study comprises 15 companies listed in Brazil, Bolsa, Balcão (B3). These combined companies represent a 60% market share in the B3 market and 80% of the IBX 100 shares. The proxy for the market return is the Ibovespa and the risk-free asset is the Selic rate. A comparative analysis of the behavior of the beta, calculated by means of different methodologies - usual method, wavelets, average wavelets and wavelets at scales was carried out, demonstrating a variation in the calculations of the possible systematic risk of influencing investors' perceptions and decisions. The results showed that the firms with the highest systematic risks of the sample did not provide the highest market risk premiums to their investors. In the analysis of the relationship between risk and return on time scales, it was found that the only positive relationship found was on the sixth time scale, but the regression coefficients were statistically insignificant. It was also verified in the study that the analysis of the relationship between the systematic risk and the return by wavelet, with the annualized coefficients, did not show results that confirm the CAPM. We estimated the coefficients obtained by ordinary least squares, methodology usually used, but also the linear and positive relationship between risk and return was not found. It is concluded from the empirical results that there is no relationship between risk and return as predicted by the CAPM for the sample analyzed, from 2008 to 2016, and the CAPM hypothesis that the risk is linearly and positively associated with return.

**Key words:** CAPM, systematic risk, risk-return relation, waveforms.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> – Fronteira eficiente .....	18
<b>Figura 2</b> – Caminho das informações em um mercado eficiente .....	19
<b>Figura 3</b> – Hierarquia das hipóteses de eficiência de mercado .....	21
<b>Figura 4</b> – Diferentes curvas de indiferença.....	25
<b>Figura 5</b> – Ondaletas de Daubechies. ....	45



## LISTAS DE TABELAS

<b>Tabela 1-</b> Estatística descritiva dos retornos das ações das empresas da amostra da pesquisa, no período de 2008 a 2016.....	48
<b>Tabela 2-</b> Classificação das empresas em relação ao seu risco e retorno, conforme cálculo do Beta Usual.....	63
<b>Tabela 3-</b> Classificação das empresas em relação ao seu risco e retorno, conforme cálculo do Beta Ondaletas..	64
<b>Tabela 4-</b> Regressão em Escalas entre o Excesso de Retorno e o Risco Sistemático de 2008 a 2016 em diferentes escalas temporais.....	69
<b>Tabela 5-</b> Teste de Regressão entre o Excesso de Retorno e o Risco Sistemático em diferentes metodologias de estimação, no período de 2008 a 2016..	73

## LISTA DE GRÁFICOS

<b>Gráfico 1</b> - Riscos sistemáticos das ações da Ambev.....	51
<b>Gráfico 2</b> – Risco sistemático das ações do Banco do Brasil.....	52
<b>Gráfico 3</b> – Risco sistemático das ações da Bradesco.....	53
<b>Gráfico 4</b> – Risco sistemático das ações da Itaú Unibanco.....	54
<b>Gráfico 5</b> – Risco sistemático das ações do Itausa.....	54
<b>Gráfico 6</b> – Risco sistemático das ações da BRF.....	55
<b>Gráfico 7</b> – Risco sistemático das ações da JBS.....	56
<b>Gráfico 8</b> – Risco sistemático das ações da CCR.....	57
<b>Gráfico 9</b> – Risco sistemático das ações da Embraer.....	58
<b>Gráfico 10</b> – Risco sistemático das ações da Gerdau.....	58
<b>Gráfico 11</b> – Risco sistemático das ações das Lojas Renner.....	59
<b>Gráfico 12</b> – Risco sistemático das ações da Vale.....	60
<b>Gráfico 13</b> – Risco sistemático das ações da Petrobras.....	61
<b>Gráfico 14</b> – Risco sistemático das ações da Telef Brasil.....	61
<b>Gráfico 15</b> – Risco sistemático das ações da Weg.....	62
<b>Gráfico 16</b> – Análise da relação entre o excesso de retorno e risco sistemático na primeira escala: 2 a 4 dias.....	66
<b>Gráfico 17</b> – Análise da relação entre o excesso de retorno e risco sistemático na segunda escala: 4 a 8 dias.....	66
<b>Gráfico 18</b> – Análise da relação entre o excesso de retorno e risco sistemático na terceira escala: 8 a 16 dias.....	67
<b>Gráfico 20</b> – Análise da relação entre o excesso de retorno e risco sistemático na quarta escala: 16 a 32 dias.....	68
<b>Gráfico 21</b> – Análise da relação entre o excesso de retorno e risco sistemático na quinta escala: 32 a 64 dias.....	69
<b>Gráfico 22</b> – Análise da relação entre o excesso de retorno e risco sistemático na sexta escala: 64 a 128 dias.....	71
<b>Gráfico 23</b> – Análise da relação entre o excesso de retorno ondaletas e beta ondaletas.....	71
<b>Gráfico 24</b> – Análise da relação entre o excesso de retorno ondaletas e beta médio ondaletas.....	72
<b>Gráfico 25</b> – Análise da relação entre excesso de retorno usual e beta usual.....	72

## SUMÁRIO

<b>1-</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
<b>2-</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>	<b>16</b>
2.1	<b>Teoria Moderna de Portfólios.....</b>	<b>16</b>
2.2	<b>Eficiência do Mercado .....</b>	<b>18</b>
2.4	<b>Risco e Retorno .....</b>	<b>24</b>
2.5	<b>Capital Asset Pricing Model (CAPM).....</b>	<b>26</b>
2.6	<b>Críticas ao CAPM.....</b>	<b>29</b>
2.7	<b>Modelos Inspirados no CAPM.....</b>	<b>33</b>
2.7.1	<b>CAPM Local.....</b>	<b>33</b>
2.7.2	<b>CAPM Global.....</b>	<b>33</b>
2.7.3	<b><i>Arbitrage Pricing Theory (APT)</i>.....</b>	<b>34</b>
2.7.4	<b>Modelo de Três Fatores.....</b>	<b>35</b>
2.7.5	<b>Modelo de Goldman Sachs (<i>Country Spread Model</i>) .....</b>	<b>36</b>
2.7.6	<b>Modelo de Betas Multiplicativos de <i>Solnik</i>.....</b>	<b>36</b>
2.8	<b>Séries Temporais.....</b>	<b>37</b>
2.8.1	<b>Método de Fourier .....</b>	<b>37</b>
2.8.2	<b><i>Wavelets</i>.....</b>	<b>38</b>
<b>3</b>	<b>PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....</b>	<b>40</b>
3.1	<b>Classificação do Estudo.....</b>	<b>40</b>
3.2	<b>Definição das Amostras .....</b>	<b>40</b>
3.3	<b>Descrição das Variáveis Utilizadas.....</b>	<b>43</b>
3.4	<b>Descrição Do Modelo Econométrico Utilizado.....</b>	<b>45</b>
<b>4</b>	<b>ANÁLISE DOS RESULTADOS.....</b>	<b>47</b>
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>74</b>
<b>6</b>	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>77</b>

## 1- INTRODUÇÃO

A Teoria Moderna de Finanças teve como precursores Markowitz (1952) e Modigliani e Miller (1958). Harry Markowitz (1952) objetivou seus estudos sobre portfólios visando à construção de uma carteira ótima de ativos e foi o primeiro a considerar a importância do risco. Já Modigliani e Miller (1958) pesquisaram sobre os determinantes da estrutura de capital e sua influência no valor da empresa.

A Teoria de Carteiras de Markowitz (1952) preconiza o conceito de diversificação para diminuir o risco. Segundo a teoria, cada investimento possui um risco e um retorno, assim, combinações mais eficientes de portfólios compensariam o risco de um investimento isolado. Um portfólio eficiente para Markowitz seria aquele que maximizaria o retorno em relação a dado nível de risco que os investidores estariam dispostos a assumir.

A Teoria de Markowitz (1952) estimulou outros estudos baseados no conceito de risco, entre eles os trabalhos de Tobin (1958) e Sharpe (1964). Em 1958, James Tobin, fundamentando na teoria da preferência de liquidez de Keynes (1936), o qual afirmava que as pessoas preferem guardar seu capital em vez de fazer investimentos sem rendimentos, construiu a ideia de que haveria um retorno adicional para que os investidores fossem motivados a assumir um determinado nível de risco. Tobin (1958) evidenciou também a importância do ativo livre de risco (*risk free*) na formação dos portfólios eficientes. Assim, os investidores poderiam fazer combinação de seus investimentos aplicando-os em taxas sem risco em conjunto com ativos com risco.

Ao fazer investimentos, o investidor está sujeito a dois tipos de riscos: o risco sistemático e o risco não sistemático. O risco não sistemático é aquele risco específico a um determinado investimento, afetando somente uma empresa ou um determinado segmento. Esse risco pode ser eliminado por um investidor através de estratégias de diversificação. O risco sistemático é o risco que atinge todo o mercado, aquele ao qual todas as empresas estão sujeitas e que não pode ser eliminado por aquisição de carteiras de investimentos que contenham ativos negativamente correlacionados (diversificação) (ASSAF NETO, 2001).

Em 1964, Sharpe a partir das contribuições do trabalho de Markowitz (1952) e Tobin (1958), desenvolveu o modelo de precificação de ativos, o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM). Esse modelo tem como fundamento a maximização da utilidade do investidor, oferecendo assim uma previsão de retorno mediante as condições de risco

assumido. O modelo CAPM propõe uma relação linear entre o risco sistemático de um ativo e o excesso do retorno em relação ao ativo livre de risco. De acordo com o modelo CAPM, esse risco é mais importante para o investidor, visto que ele não será eliminado por estratégias de diversificação. O risco não diversificável é quantificado no modelo pelo coeficiente de risco beta (ROSS, WESTERFIELD e JAFFE, 2002).

O coeficiente beta ( $\beta$ ) mede a sensibilidade do ativo em relação a uma carteira que representa o mercado. Ao fazer um determinado investimento, o beta ( $\beta$ ) representará o risco que o investidor estará exposto em comparação com o mercado. Assim, quanto maior o coeficiente beta, maior será o risco e, de acordo com o modelo CAPM, maior também será o retorno dos investidores (ROSS, WESTERFIELD e JAFFE, 2002).

O modelo CAPM é fundamentado na hipótese de mercados eficientes. Mercados eficientes são aqueles em que não existe assimetria de informações, estando essas disponíveis para todos sem custo adicional, não há custos de transação, os preços dos ativos refletem todas as informações disponíveis, assim, cada nova informação deverá ser instantaneamente incorporada no preço dos ativos. O CAPM supõe também que os ativos são avaliados pelo seu preço justo e os investidores têm expectativas homogêneas quanto ao retorno esperado dos ativos (ASSAF NETO, 2001; COPELAND e WESTON, 1988; SHARPE, 1964).

As premissas do modelo CAPM são alvo de críticas. Os principais questionamentos se referem à aplicabilidade e à fragilidade do modelo. Roll (1977) é um dos críticos ao CAPM. Entende que não é possível encontrar uma carteira de mercado que satisfaça as premissas do modelo, contendo todos os ativos disponíveis (carteira de mercado eficiente). Assim, de acordo com o autor, o CAPM nunca foi testado na realidade, os testes empíricos do modelo utilizaram uma *proxy* de carteira de mercado.

A crítica de Ross (1976) ao CAPM é que o modelo é unifatorial, sendo o risco não-diversificável explicado somente por um fator (o beta), tornando-o assim, um modelo muito simples. Fama e French (1992) criticam o poder de explicação do coeficiente beta ( $\beta$ ), obtido através de regressão simples. Segundo os autores, existem outras variáveis que se mostram relevantes no modelo, como exemplo, as variáveis tamanho da empresa e o seu valor de mercado e contábil reduzem o poder explicativo do beta. Afirmam também não terem encontrado relação significativa entre risco e retorno presente no modelo CAPM.

As falhas do CAPM favoreceram que outros modelos de precificação de ativos fossem adaptados, buscando a melhor estimação do retorno dos ativos. Dentre eles, os modelos: *Arbitrage Price Theory* (APT), de Ross (1976); De Três Fatores, de Fama e French (1992); CAPM Global de Stulz (1999) e também o de O'Brien (1999), DCAPM de Estrada (2000); Modelo dos Betas multiplicativos de *Solnik* (2000); CAPM Local e CAPM Híbrido, de Pereiro (2001) e o Modelo de *Goldman Sachs* (1993), desenvolvido por Mariscal e Lee.

Apesar das contradições apresentadas em estudos que o consideram simples, inconclusivo e limitado, o modelo não foi colocado em descrédito, sendo ainda muito utilizado na área de finanças. Alguns estudos concluem com resultados favoráveis, como Blume e Friend (1973), que testaram o modelo no mercado de ações de Nova Iorque, e Silva (2007), que testou no mercado brasileiro. Outros relataram resultados contrários ao modelo, como Banz (1981), que testou a validade do modelo no mercado acionário Nova Iorquino, e Rogers e Securato (2008), no mercado brasileiro.

Com o objetivo de contribuir com a mensuração mais precisa do CAPM, vários trabalhos foram desenvolvidos usando outros métodos de estimação. Um dos métodos utilizados é a análise de ondaletas, empregada com o propósito de sanar alguns problemas em relação à estimação do coeficiente beta ( $\beta$ ) do modelo. Através desse método, é possível realizar uma análise do beta ou do prêmio de risco em diferentes escalas de tempo, fracionando uma série temporal em frequências, permitindo assim uma melhor qualidade na estimação da relação risco e retorno do modelo.

O número de trabalhos que utilizaram a metodologia de ondaletas vem aumentando. Tak (1995) utilizou o método com dados diários entre o período de maio de 1980 a dezembro de 1990, para obter previsões de curto prazo na bolsa *Standard & Poor's 500* (S&P 500). O autor concluiu que o uso da decomposição de ondaletas melhorou as previsões dos retornos no mercado de ações de Nova Iorque. Gençay, Selçuk e Whitcher (2005) decompuseram as ondaletas em diferentes escalas para estimar o beta da carteira de investimentos das ações do mercado acionário de Nova Iorque, obtendo resultados mais eficientes do que se obteria caso se estimasse o coeficiente beta através da regressão simples do CAPM. Wong et al. (2003) também utilizaram séries temporais com uso de ondaletas no mercado americano, nas taxas de câmbio do dólar para fazer previsões e chegaram à conclusão de que com uso das ondaletas se obteve uma melhora no desempenho das previsões. Fernandez (2006), durante o período de 1997 a 2002, analisou a relação entre risco e retorno do CAPM no mercado de ações do Chile por meio de ondaletas e obteve como resposta que naquele

mercado essa relação não pode ser verificada, e concluiu também que o modelo CAPM foi significativo no curto prazo, não se mantendo no longo prazo.

Estudos sobre ondaletas e finanças no mercado brasileiro são ainda em pequeno número. Lima (2004) analisou o comportamento da Ibovespa com decomposição de ondaletas, tendo os resultados obtidos revelado uma redução do erro de estimação por volta de 3%. Rocha (2008), na mesma linha do estudo Lima (2004), analisou o período entre janeiro de 2000 a dezembro de 2007 e obteve como resultado uma redução do erro em 7,08%. Bortoluzzo et al. (2014) estudaram a relação entre risco e retorno do modelo CAPM na bolsa de valores de São Paulo (Bovespa), com dados diários entre o período 2004 e 2008. Como resultado, concluíram que a relação linear entre risco e retorno não se aplicou ao mercado brasileiro, nas condições e períodos estudados. Nesse estudo, em todas as decomposições de ondaletas, o prêmio de mercado foi negativo, apresentando assim resultados insatisfatórios.

Conforme se verifica, ainda permeia na literatura a discussão sobre o CAPM. Alguns estudos concluem com resultados favoráveis e outros contrários ao modelo. Assim, a problemática deste estudo se situa na análise e discussão da relação linear entre risco e retorno, conforme as premissas do *Capital Asset Pricing Model* (CAPM).

Com o propósito de trazer contribuição para a discussão, este estudo tem como objetivo geral analisar, com apoio na metodologia de ondaletas, a existência de relação positiva e linear entre o risco e o retorno, medida pelo CAPM, no mercado brasileiro, no período de 2008 a 2016.

São os seguintes os objetivos específicos:

- a) Analisar os coeficientes dos riscos sistemáticos: beta usual, beta médio ondaletas, beta por filtragem ondaletas e beta em escalas temporais.
- b) Verificar se os ativos das empresas que possuem maiores e menores betas são aqueles que apresentam, respectivamente, maiores e menores prêmios de mercado;
- c) Verificar se existe a relação linear e positiva entre o risco e o retorno em alguma escala temporal do beta calculado em escalas.
- d) Verificar se existe a relação linear e positiva entre o risco e o retorno estimados pelas metodologias usual e de ondaletas.

As hipóteses norteadoras do estudo são:

- i) Hipótese 1: Não existe relação linear e positiva entre o risco sistemático calculado por beta usual e o retorno;
- ii) Hipótese 2: Existe relação linear e positiva entre o risco calculado por betas em escalas temporais e o retorno;
- iii) Hipótese 3: Existe relação linear e positiva entre o risco sistemático e o retorno estimados por filtragem ondaletas;
- iv) Hipótese 4: Existe relação linear e positiva entre o risco sistemático médio ondaletas e o retorno estimado por filtragem ondaletas .

As hipóteses se baseiam nos resultados encontrados de forma predominante em trabalhos anteriores, como antes citados.

Através de testes empíricos, o resultado que se busca encontrar neste estudo é se, com apoio na metodologia de ondaletas, se atesta a existência de uma relação positiva e linear entre o risco e o retorno no mercado brasileiro, medida pelo CAPM. O método de estimação que será utilizado para obter os resultados almejados difere dos métodos convencionais. Diante disso, espera-se que este trabalho contribua significativamente com novos conhecimentos na área de finanças.



## 2- REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, serão discutidos, através de revisão bibliográfica, os fundamentos teóricos que embasam os objetivos propostos nesse estudo. Assim, este capítulo inicia com a discussão sobre a teoria moderna de portfólios de Markowitz e após, outras teorias: a teoria de eficiência de mercados, risco e retorno, *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) e, em seguida, outros modelos inspirados no CAPM.

### 2.1 Teoria Moderna de Portfólios

A teoria de portfólios foi apresentada por Harry Markowitz, em *Portfolio Selection*, no ano de 1952. Incorporando o conceito de risco na escolha dos melhores investimentos, a importância da diversificação dos ativos, covariância, variância e fronteira eficiente, Markowitz (1952) deu uma grande contribuição para os estudos de finanças, tendo sua teoria sido denominada como a “Moderna Teoria de Portfólios”.

Markowitz (1952) apresentou um conceito de risco diferente de como ele era considerado na época. O risco antes era analisado em termos qualitativos. Em seus estudos, ele quantificou o risco através de uma formulação matemática que garantia ao investidor a minimização do risco em dado nível de retorno. Racionalmente, o investidor seleciona alternativas de investimento que ofereçam maior retorno esperado e menor risco associado (ASSAF NETO e LIMA, 2014).

O risco na Moderna Teoria de Portfólios é medido pela variância ou pelo desvio padrão ( $\sigma$ ) dos valores históricos de retorno dos ativos. Assim, ao tomar a decisão, o investidor irá compor sua carteira de investimentos fundamentando no valor esperado e buscando a minimização do desvio padrão. Com isso, o investidor estará relacionando o retorno esperado do portfólio à sua variância total, ou seja, ao risco da carteira de investimentos (ASSAF NETO, 2011).

A diversificação de investimentos elimina parte do risco do portfólio, uma vez que a eliminação do risco em sua totalidade não será possível, pois o risco sistemático que é o risco de mercado não é eliminado via diversificação. Segundo Assaf Neto e Lima (2014), a diversificação tem como objetivo reduzir o risco de uma carteira pela diluição do capital em vários ativos. Assim, não há concentração de investimentos em algumas poucas alternativas.

De acordo com Markowitz (1952), para reduzir a variância, ou seja, reduzir os riscos dos investimentos, a diversificação de ativos não é suficiente. É necessário evitar

fazer investimentos em ativos com alta covariância entre si. Segundo Assaf Neto (2011), a covariância procura mensurar como as variáveis estudadas se interagem, ou seja, como a ação X e a ação Y se movimentam em relação à média de seus valores.

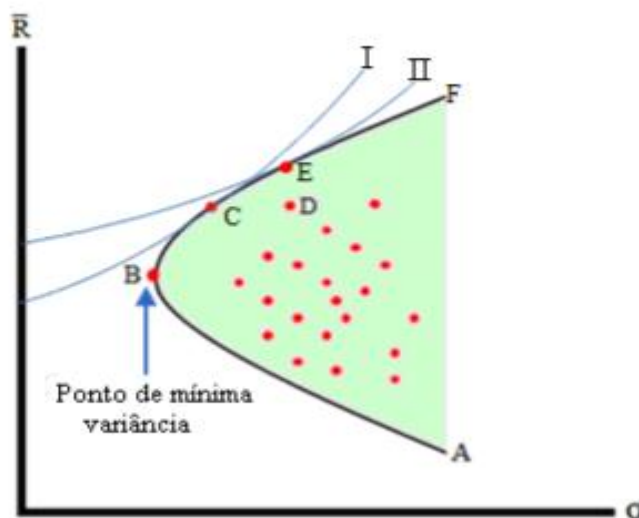
A covariância mede a relação entre duas variáveis. Se duas ou mais variáveis tem coeficientes de covariação positivos, os seus comportamentos convergem para o mesmo sentido, ou seja, se a variável B obter um crescimento, a variável A irá acompanhar B; se uma diminuir, a outra também diminuirá. Coeficientes de covariância negativos indicam que os ativos mantêm comportamentos inversos, caminham em sentido opostos, sendo assim ideal para diluição dos riscos dos investimentos, ao passo que o desempenho de um dos ativos compensa a desvalorização do outro, e vice-versa.

Segundo Ross, Westerfield e Jaffe (2002), a covariância e a correlação medem a intensidade com que duas variáveis estão associadas. Assim, uma estratégia de diversificação que funciona corretamente seria a de evitar títulos com desempenhos semelhantes, pois todo prejuízo de valor desses títulos no mercado será absorvida pela carteira. Ativos com baixa correlação entre si reduzem o risco total do portfólio. Conforme ressalta Assaf Neto (2014), idealmente o risco seria eliminado se em um portfólio com duas alternativas de investimentos que possuíssem correlações perfeitamente opostas e extremas, ou seja, que apresentassem coeficientes de correlação igual a -1.

O objetivo da seleção de carteiras é combinar ativos para que se obtenha um menor risco dado um nível de retorno exigido. Através da diversificação é possível reduzir riscos de uma carteira, selecionando várias alternativas de investimentos que apresentam comportamentos não semelhantes. Incluindo ativos com maior e menor liquidez, ativos com maior nível de risco e retorno esperado e outros com menor risco e rentabilidade, provenientes de diferentes mercados, sempre com o objetivo de reduzir o impacto de um desempenho negativo de um ativo sobre o risco de toda a carteira (DAMODARAN, 2004; ASSAF NETO, 2011).

A combinação de diferentes ativos numa carteira é possível através da diversificação. Um investidor racional irá escolher os portfólios mais atraentes, avaliando as projeções de retorno esperado e os riscos, escolhendo as carteiras que trazem um risco mínimo dado um determinado retorno. A escolha desses portfólios se dá na fronteira eficiente, que traz todas as combinações possíveis de carteiras de investimentos (MARKOWITZ, 1952).

A combinação de carteiras que permite ao investidor a escolha e a seleção de uma carteira ótima, que lhe seja mais interessante está representada na Figura 1.

**Figura 1- Fronteira eficiente**

Fonte: Adaptado de Haugen (1995)

A fronteira eficiente evidencia as melhores escolhas de carteiras combinadas, as que apresentam a melhor relação risco-retorno. Inúmeras carteiras podem ser formadas na fronteira, mas a selecionada será aquela que maximizar a satisfação do investidor. A curva de indiferença reflete a escala de preferência do investidor. Assim, o conjunto de oportunidades descrito na curva de indiferença proporciona o mesmo nível de utilidade ao investidor (ROSS, 2003). Na Figura 1 os pontos B e C estão posicionados na curva de indiferença.

De acordo com Gitman (2003), as carteiras eficientes são aquelas situadas na curva da fronteira eficiente e que fixando o risco, maximiza o retorno esperado, ou, fixando o retorno esperado, minimiza os riscos. A análise da fronteira eficiente evidencia que a adição de títulos variados irá suavizar o risco total da carteira, portanto, não se deve priorizar o risco do ativo individual, mas sim com a relação entre os ativos e sua contribuição ao risco total da carteira (MARKOWITZ, 1959).

## 2.2 Eficiência do Mercado

Mercado é o ambiente em que agentes econômicos podem realizar transações econômicas e tomar decisões. Esses agentes econômicos podem ser empresas e investidores. As decisões das empresas são as de produção e investimento e as decisões dos investidores são sobre os ativos que representam a posse dessas empresas e o preço desses ativos representam as informações disponíveis (FAMA, 1970).

A hipótese de mercados eficientes foi desenvolvida primeiramente por Roberts, em 1967, mas ganhou notoriedade com Fama (1970). Essa concepção parte dos princípios neoclássicos segundo os quais os investidores são avessos a riscos, buscam maximizar sua utilidade e agem racionalmente, analisando todas as informações disponíveis. “As finanças, portanto, incorporam os pressupostos da racionalidade e imprevisibilidade dos mercados, desenvolvido pela teoria dos jogos” (FAMA, 1970, p.18).

De acordo com essa hipótese, o mercado é considerado eficiente quando os preços dos ativos refletem todas as informações disponíveis. Assim, o investidor não obterá ganhos anormais, mediante o uso da informação, visto que os preços já contemplam essa informação e todos têm conhecimento das informações. Segundo Assaf Neto e Lima (2014), em um mercado eficiente, os preços dos ativos estão em equilíbrio e se ajustam adequadamente de acordo com as novas informações, toda nova informação relevante disponível promove alterações nos valores dos ativos negociados. Em um mercado considerado não eficiente, as informações disponíveis levariam tempo para serem assimiladas aos preços.

Segundo Ross, Westerfield e Jaffe (2013), um mercado é eficiente quando o caminho tomado pelo preço se ajusta às novas informações e não há mais alteração no preço da ação. Essa afirmativa pode ser ressaltada na Figura 2, seguinte:

**Figura 2-** Caminho das informações em um mercado eficiente



**Fonte:** Ross, Westerfield, Jaffe (2013).

Para Damodaran (2009), um mercado é eficiente quando o preço de mercado é uma estimativa não-tendenciosa do valor real do investimento, e para que haja essa eficiência, vários conceitos são implícitos na sua definição:

a) Segundo a hipótese de eficiência de mercado, o preço de mercado e o preço real não necessariamente devem ser iguais a todo instante. Os preços devem não ser

tendenciosos, eles podem ser maiores ou menores que o preço justo, mas esses desvios devem ser aleatórios.

b) Com os desvios aleatórios, há uma probabilidade igual de uma ação ser sub ou superavaliada em qualquer instante de tempo e de que estes desvios não sejam correlacionáveis com qualquer variável observável.

c) Os desvios aleatórios dos preços de mercado fazem com que nenhum grupo de investidores encontre ações sub ou supervalorizadas em qualquer estratégia de investimento.

Em um mercado eficiente, quaisquer desvios dos preços em relação ao seu valor real são desvios aleatórios. Com os desvios aleatórios, os investidores não poderiam comprar ações esperando que em determinado período eles obtivessem retornos superiores à média, os preços dos ativos refletem as informações disponíveis, sendo assim, os preços vão se movendo aleatoriamente (FAMA, 1991). Assim, a compra ou a venda de um ativo no mercado nunca trará um valor presente líquido positivo (BREALEY e MYERS, 1998).

Segundo Fama (1970) um mercado eficiente satisfaz as seguintes condições: não existem custos de transações para negociação de títulos, não há custo nas informações disponíveis aos investidores e as expectativas de retornos futuros dos ativos são homogêneas. Em um mercado perfeito, todas as informações estão acessíveis para os investidores e todos os investidores são capazes de influenciar os preços dos ativos (BREALEY e MYERS, 1998).

### **2.2.1 Tipos Distintos de Eficiência**

Segundo Roberts (1967) e Fama (1970), existem três tipos de hipóteses de eficiência informacional, são elas: fraca (*Weak Form*), semiforte (*Semi Strong Form*) e forte (*Strong Form*). Segundo essas hipóteses, o mercado flui sem assimetria de informações, com menores possibilidades de arbitragem e segue um critério de prevalência, na qual a hipótese forte contempla as condições da fraca e da semiforte, e a semiforte contempla as condições da fraca.

Na hipótese de eficiência fraca, tem-se a implicação que os investidores tomam suas decisões com base em informações históricas sobre preços e retornos das ações. Segundo Fama (1970), nesse tipo de eficiência os retornos esperados em condições de equilíbrio são constituídos a partir de informações passadas e nenhum investidor pode obter retorno em excesso com base nessas informações.

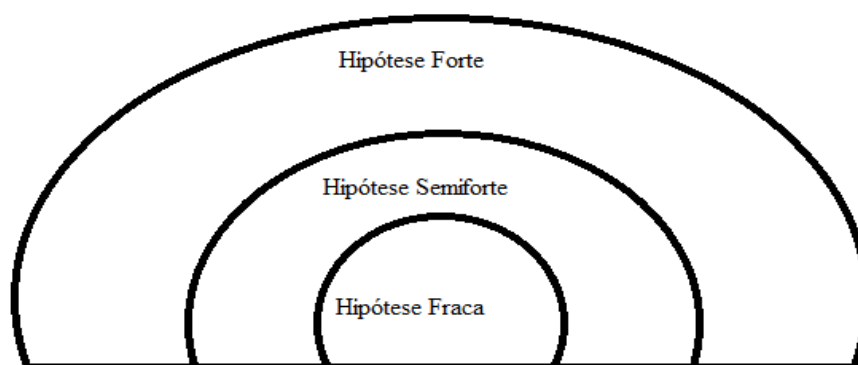
A eficiência semiforte tem como pressuposto que os preços refletem toda a informação publicada mais as informações passadas. Qualquer informação nova disponível vai sendo incorporada nos preços dos ativos, com isso, o investidor obteria apenas retornos normais.

Já na eficiência forte a implicação é de que os preços refletem toda informação que pode ser obtida, seja pública, histórica e até mesmo privada. Como nas outras hipóteses, o pressuposto da eficiência forte é que nenhum investidor consegue obter retornos acima da média, nem mesmo os *insider traders* (investidores com informações privilegiadas), uma vez que as novas informações vão se incorporando imediatamente aos preços.

A hipótese de mercados eficientes tem sido alvo de críticas ao longo do período. A teoria de finanças comportamentais<sup>1</sup> critica os pressupostos da racionalidade dos investidores e da simetria informacional assumidos pela hipótese de mercados eficientes. Segundo a concepção das finanças comportamentais, os agentes não são totalmente racionais na sua decisão, é simplesmente um ser normal que comete erros, tem emoções e sentimentos e as informações não são acessíveis igualmente para todos no mercado.

A hipótese de eficiência de mercados pode ser representada de acordo com a Figura 3, a seguir:

**Figura 3-** Hierarquia das hipóteses de eficiência de mercado



Fonte: Elaboração própria (2018).

A precificação dos títulos exposta pela teoria de eficiência de mercado também é alvo de críticas. Conforme ressalta Haugen (1995), os preços dos ativos reagem lentamente às novas informações disponíveis no mercado, devido ao atraso na reação

<sup>1</sup> Os estudos sobre finanças comportamentais vieram à luz com o trabalho intitulado “*Prospect Theory: an analysis of decision under risk*” de Daniel Kahneman e Amos Tversky, em 1979.

dos investidores. Mesmo diante as críticas, Ross, Westerfield e Jafe (2013) defendem a hipótese de mercados eficientes, afirmando que a maioria das críticas são mal orientadas.

### 2.3 A preferência pela liquidez de James Tobin

Em 1958, utilizando princípios Keynesianos sobre a preferência pela liquidez em condições de incerteza, James Tobin apresentou em seu artigo *Liquidity Preference as Behavior Towards Risk* o conceito de risco nas decisões de demanda por moeda.

De acordo com Keynes<sup>2</sup> (1936) só existem dois tipos de ativos financeiros, os títulos e a moeda. A moeda é considerada o mais líquido dos ativos, pela sua capacidade de realização imediata e sem perda. Assim, em condição de incerteza sobre eventos futuros, os agentes preferem reter moeda, que é considerada um ativo seguro.

Na visão de Keynes, os agentes demandam moeda devido aos motivos de transação, precaução e especulação. No motivo de transação, os agentes preferem moeda devido às atividades rotineiras, a moeda é o meio de troca para os gastos previsíveis. Na preferência pela liquidez pelo motivo precaução, os agentes visualizam a moeda como conservação da riqueza contra variações incertas no futuro. A motivação de demandar moeda por especulação é relacionada às expectativas de retorno com as taxas de juros. Uma expectativa de alta taxa de juros no futuro faria com que os agentes demandassem moeda no presente para comprar títulos baratos no futuro. Assim, na visão Keynesiana, a taxa de juros é uma recompensa pela renúncia à liquidez por um período determinado.

Tobin (1958) introduziu o elemento de risco nas decisões de investimentos. De acordo com ele, os agentes demanda moeda em relação aos títulos, devido às expectativas ou receio de perda em relação ao retorno. Assim, a preferência pela liquidez é relacionada ao comportamento dos agentes em relação ao risco, diferentemente do modelo Keynesiano no qual a preferência pela liquidez era motivada pelos retornos esperados em relação às taxas de juros. Para Keynes (1936), o risco era uma probabilidade de acontecer, era como se os agentes já tivessem certeza em relação ao futuro. Já na contribuição de Tobin (1958), o risco era quantificado nas decisões dos agentes, se houver expectativas de altos riscos, os agentes estocarão uma maior quantidade de moeda.

---

<sup>2</sup> Ver mais sobre a preferência pela liquidez no artigo de Keynes (1936) *The General Theory of Employment, Interest and Money*.

Assim como Keynes, Tobin (1958) aponta para dois tipos de ativos que os agentes teriam disponíveis. São eles a moeda e os títulos (consórcios), sendo os títulos sujeitos à desvalorização monetária e, portanto, envolvem risco. Já a moeda, não gera riscos. “Comparativamente aos títulos de renda fixa, a moeda tem uma desvantagem, mas também uma vantagem. A desvantagem é não render juros no momento que quiser e a vantagem é a absoluta liquidez” (SIMONSEN e CYSNE, 1995, p.335).

Segundo Tobin (1958), existem dois motivos para a retenção de dinheiro: saldos de transação e saldos de investimentos. A demanda por moeda por motivos de transação serve para cobrir as discrepâncias que ocorrem entre os recebimentos e os gastos, ou seja, são usados para satisfazer os excessos sazonais entre receitas e despesas. Em contraste com os saldos de transações, a demanda por moeda em razão dos saldos de investimento são aqueles que não serão transformados em dinheiro no ano, pois existem retornos esperados com as taxas de juros. Como indica Froyen (2005, p. 407), “o retorno efetivo dos títulos geralmente inclui algum ganho ou perda de capital, uma vez que a taxa de juros em geral não permanece fixa. Portanto, os títulos pagam um retorno esperado ( $r$ ), mas são um ativo de risco, assim seu retorno é incerto”.

A explicação da preferência pela liquidez segundo Tobin (1958), envolve a incerteza das taxas de juros. Sempre que as taxas de juros se elevarem, o valor de mercados dos títulos cai, e os investidores desejam moeda para comprar esses títulos a preços menores durante esse período.

O investimento em títulos envolve um risco de ganho ou perda de capital. Quanto maior for o saldo de investimentos em títulos, maior o risco que o investidor assume, pois não há certeza das taxas de juros. Ao assumir maior risco, o retorno esperado pelo investidor irá se elevar na proporção do risco assumido (TOBIN, 1958).

Outra contribuição da preferência pela liquidez de Tobin (1958) é sobre a composição de portfólios. Os agentes irão distribuir seus retornos esperados em títulos e moedas à medida que eles sejam indiferentes ao risco. A moeda é livre de risco, tendo seu retorno conhecido, já os títulos estão sujeitos a perdas de capital, mas proporcionam uma maior rentabilidade esperada, ou seja, um “prêmio” pelo risco assumido. Assim, um investidor irá compor combinações de títulos e moeda conforme o grau de aversão ao risco.



## 2.4 Risco e Retorno

O risco pode ser definido como a capacidade de mensurar o estado de incerteza ou a probabilidade de algo ocorrer e impactar nos objetivos. No entendimento popular, risco pode ser interpretado como mudanças adversas que gerarão impacto negativo, ou seja, a probabilidade de algo dar errado. Risco é a possibilidade de perda decorrente de um determinado evento que redundará em prejuízos (SANTOS, 2002). O risco não inclui somente os resultados ruins, mas também os inesperados (DAMODARAN, 2004).

A incerteza é relacionada ao risco, assim, quanto maior a incerteza, maior será o risco. Assaf Neto e Lima (2014) referem-se ao risco como a mensuração da incerteza. Em finanças, o risco é a volatilidade do retorno, ou seja, possibilidade de perdas e ganhos. Ele é intrínseco às decisões financeiras e está presente em menor ou maior grau em qualquer investimento, podendo ser definido como “a parcela inesperada do retorno de um investimento” (HALFELD, 2007, p. 84).

Sendo uma das principais variáveis que afeta o investimento, o risco total é a soma do risco sistemático mais o risco não sistemático. O risco sistemático é o risco econômico ou conjuntural, ele está relacionado ao risco que afeta a todos os investimentos, como as taxas de juros, as políticas e o câmbio. Já o risco não sistemático, financeiro ou risco próprio, é o inerente à empresa, ele não depende das variáveis conjunturais, mas sim das específicas da empresa (ASSAF NETO, 2001).

O risco sistemático é o risco da carteira de mercado. É “um risco que afeta um grande número de ativos, e cada um deles com maior ou menor intensidade” (ROSS, WERTERFIELD e JAFFE, 2002, p. 242). Esse risco está fora de controle do investidor e não pode ser eliminado por diversificação. Independentemente do tamanho da carteira de investimentos, o risco sistemático não pode ser eliminado (ASSAF NETO e LIMA, 2014). No risco sistemático, todos os ativos estão sujeitos às incertezas do mercado.

O risco não sistemático é o risco que o investidor pode controlar através da estratégia de diversificação<sup>3</sup>. Esse risco afeta um determinado investimento, não se generalizando aos demais. Ele se refere às características do mercado que a empresa opera independente da forma de como ela é financiada e está associado à relação entre risco/ retorno do investimento e o custo total dos ativos (GITMAN, 2010).

---

<sup>3</sup> A estratégia de diversificação recebeu maior ênfase por Markowitz no seu artigo “*Portfolio selection*” em 1959.

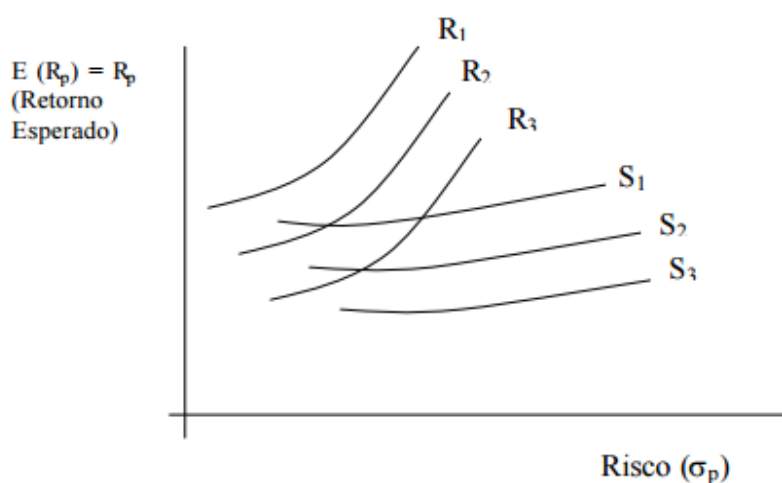
Retorno pode ser definido como total de ganhos ou perdas decorrentes de uma aplicação em determinado período (GITMAN, 2010). A expectativa de retorno está relacionada ao risco, sendo assim a esperança na recompensa pelo nível de risco que o investidor está disposto a enfrentar. O retorno é calculado com base nas perdas ou ganhos de capital, adicionada qualquer distribuição de caixa no período.

Em análise de investimentos há o conceito de retorno observado ou real e retorno esperado. O retorno observado é o retorno real relacionado ao negócio, é aquele que o investidor receberá depois de descontada a inflação. O retorno esperado está relacionado com a expectativa de ganho do investidor sobre uma projeção de retorno futuro. O retorno esperado utiliza a probabilidade de ocorrência de diversos eventos possíveis e tem como objetivo traçar o potencial de retorno de uma ação (ASSAF NETO, 2014).

Ao se criar expectativas sobre projeções futuras, há um *trade-off* risco/retorno esperado. À medida que os riscos pertencentes ao investimento são maiores, as expectativas dos retornos deste também serão. Assim, a expectativa do retorno do investimento é proporcional ao risco envolvido. Os investidores escolherão seus investimentos de acordo com suas preferências individuais em relação ao risco. Essas preferências individuais estão representadas na curva de indiferença, que reflete a carteira de investimento que melhor se identifica com a atitude do investidor mediante o grau de aversão ao risco (ASSAF NETO, 2001).

A Figura 4, a seguir, representa as curvas de indiferença do investidor mediante o grau de aversão ao risco.

**Figura 4-** Diferentes curvas de indiferença.



Fonte: Assaf Neto (2001)

As curvas  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$ , demonstram um perfil de investidores com maior aversão ao risco, exibindo assim um comportamento mais conservador. Já as curvas  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$ , representam investidores que tem maior aceitação aos riscos.

## 2.5 Capital Asset Pricing Model (CAPM)

O *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) foi desenvolvido em 1964, por Sharpe, após as contribuições dos estudos de Markowitz<sup>4</sup> (1952), o qual apresentou os conceitos de risco diversificável e risco não-diversificável e os benefícios da diversificação de investimentos; e Tobin, em 1958<sup>5</sup>, que expôs em seu modelo o conceito de ativos livres de risco e aversão ao risco por parte dos investidores.

Segundo Sharpe (1964), o modelo CAPM estabelece que, em condições de equilíbrio, existe uma relação linear entre risco e retorno. Assumindo como pressuposto que os investidores são avessos ao risco e maximizam a utilidade esperada, o modelo tem como objetivo a obtenção de um retorno mínimo mediante o risco do ativo assumido, visando assim maximizar os ganhos dos investidores mediante um risco que vai variar de acordo com sua postura de exposição ao risco.

Os investidores devem ser compensados pelo risco assumido, mas no modelo CAPM exige-se essa compensação somente para os riscos que não são eliminados via diversificação (BRIGHAN e EHRHARDT, 2012). Segundo o CAPM, o risco diversificável (não sistemático) pode ser controlado pelo investidor racional, mas o investidor não tem controle sobre o risco não diversificável. Assim, a preocupação principal dos investidores é com os riscos que não podem ser eliminados (BREALEY e MYERS, 1998). O modelo CAPM pressupõe a compensação desse risco, o risco sistemático (não diversificável) pelo coeficiente beta ( $\beta$ ). O beta é a medida de sensibilidade, que compara o risco da empresa mediante o risco da carteira de mercado (portfólios). Segundo Assaf Neto (2014), o coeficiente beta é medido pela relação entre a covariância dos retornos dos ativos e o retorno da carteira de mercado ( $COV_{Rj,Rm}$ ) e a variância da carteira de mercado ( $VAR_{Rm}$ ). Sendo o beta da carteira de mercado ( $\beta_m$ ) igual a 1, o coeficiente beta ( $\beta$ ) de um ativo é obtido através do seguinte cálculo:

$$\beta = \frac{COV_{Rj,Rm}}{VAR_{Rm}}$$

<sup>4</sup> Harry Markowitz no seu artigo *Portfolio Selection* (1952).

<sup>5</sup> James Tobin em seu artigo *Liquidity Preference as Behavior Towards Risk* (1958).

Onde:  $COV_{R_j,R_m}$  representa a covariância da ação  $j$  e da carteira de mercado e  $VAR_{R_m}$  representa a variância da carteira de mercado.

Conforme Assaf Neto (2014), quanto maior for o beta ( $\beta$ ), maior será o risco do ativo em relação ao mercado e também maior será o seu retorno esperado. Ativos com beta ( $\beta$ ) maiores que 1 possuem uma sensibilidade maior ao risco sistemático indicado pela carteira de mercado, sendo considerados mais agressivos. Os ativos com beta ( $\beta$ ) igual a 1 têm uma sensibilidade idêntica ao risco da carteira de mercado, oscilando assim conforme o mercado. Ativos com beta ( $\beta$ ) menor que 1 são os ativos que têm uma sensibilidade menor ao risco sistemático indicado pela carteira de mercado, é um ativo considerado “defensivo”<sup>6</sup>. Ativos com beta igual a zero, são ativos de risco nulo frente à carteira de mercado. Já os ativos com beta inferior a zero (beta negativo), são ativos que movimentam em direção oposta ao mercado, quando o mercado apresentar um mau resultado, esses ativos apresentarão um bom resultado e vice e versa (ASSAF NETO, 2014; ROSS, WESTERFIELD E JAFFE, 2013).

O beta é determinado por características das empresas. Segundo Ross, Westerfield e Jaffe (2002) são elas: natureza cíclica das receitas, grau de alavancagem operacional e grau de alavancagem financeira. Se o desempenho das receitas de algumas empresas for sensível ao mercado, ou seja, se elas tiverem bom desempenho na fase de expansão do ciclo econômico e mau desempenho na fase de contração, essa empresa é influenciada pelos movimentos cíclicos do mercado, assim, essas empresas possuem betas altos.

A alavancagem operacional refere-se aos custos fixos de produção de uma empresa. Empresas com maior alavancagem operacional, terão maior risco operacional e, por consequência, terão também maior beta.

Em relação à alavancagem financeira, é a proporção de recursos de terceiros que a empresa conta em sua estrutura de capital. Empresas alavancadas fazem pagamentos de juros independentemente do seu faturamento e, à medida que ela utiliza mais capital de terceiros, maior será o beta (ROSS, WESTERFIELD e JAFFE, 2002).

Sharpe (1964) construiu seu modelo de precificação de ativos se baseando nas premissas de utilidade e mercado eficiente. Em outros estudos, Sharpe e Alexander (1990) complementam essas premissas, indicando que os investidores ao escolherem entre duas carteiras optarão pela que maximiza o seu retorno esperado. Destacam ainda

---

<sup>6</sup> Ativo que não sofre muito os efeitos da inflação e da moeda, portanto seus riscos são minimizados.

que os investidores são avessos a riscos, existe uma taxa livre de risco e ela é a mesma para todos os investidores, e a quantidade de ativos é fixa e completamente divisível.

O CAPM estima o custo de oportunidade do capital próprio, que se refere ao retorno desejado pelos acionistas em benefício de uma oportunidade abandonada. Esse modelo estabelece que o retorno do capital próprio consiste na existência de uma taxa de juros livre de risco, um prêmio pelo risco de mercado e o coeficiente de risco beta que representa o quanto o ativo é elástico ao mercado (ASSAF NETO, 2014).

Segundo Bodie e Merton (2002), a ideia fundamental sobre a qual o CAPM se fundamenta é que, em condições de equilíbrio, o mercado compensa os investidores ao assumirem riscos. O prêmio pelo risco presente no modelo deve ser positivo para que as pessoas que são avessas aos riscos sejam induzidas a assumi-los.

De acordo com Assaf Neto (2014), o modelo CAPM pode ser expresso por meio da seguinte fórmula:

$$K_e = R_f + \beta \times (R_m - R_f) \quad (1)$$

Onde:

$K_e$ : Taxa de retorno mínima requerida pelos investidores;

$R_f$ : Retorno do ativo livre de risco (*Risk free*);

$R_m$ : Retorno do mercado;

$R_m - R_f$ : Prêmio pelo risco de mercado;

$\beta$ : Coeficiente Beta: medida de sensibilidade entre o retorno do ativo e o retorno de mercado.

Segundo Damodaran (2009), um investimento livre de risco deve atender às seguintes condições: não possuir risco de inadimplência e nem risco de reinvestimento. Geralmente, os títulos que atendem essas condições são os títulos governamentais. Como taxa livre de risco ( $R_f$ ), o autor sugere as taxas das letras do Tesouro de curto prazo; taxa dos títulos de dez anos do Tesouro; e taxa dos títulos de 30 anos do Tesouro, pois as taxas de dez anos ficam mais próximas dos fluxos de caixa projetados e aproximam-se da duração do portfólio, dos índices de mercado e alteram menos na inflação.

O prêmio pelo risco é obtido através da diferença entre o retorno esperado pelo mercado e a taxa livre de risco. Damodaran (2007) sugere que o prêmio de risco seja calculado com base em dados históricos, em períodos mais longos. Em períodos mais curtos, a aversão ao risco dos investidores poderá mudar, aumentando assim o desvio padrão das estimativas de prêmio de risco. Com isso, um período longo justifica qualquer ausência de desvios padrão nas estimativas de prêmios de risco. Em relação à

obtenção da taxa, o autor enfatiza que o cálculo por meio da média geométrica fornece uma melhor estimativa para o prêmio de risco.

Damodaran (2004) propõe três princípios que determinam o tamanho do prêmio pelo risco: a variância atrelada à economia (países em desenvolvimento têm prêmio pelo risco maior que os países desenvolvidos), o risco político (maior instabilidade política, maior o risco) e a estrutura de mercado (países com empresas listadas na bolsa, que são grandes, estáveis e diversificadas possuem menor prêmio de risco).

Os betas são obtidos geralmente através de dados históricos de cotações de ações de empresas que são negociadas na bolsa, portanto existem dificuldades para estimar o beta de empresas de capital fechado. Uma forma de estimar o beta para empresas de capital fechado seria o de encontrar na bolsa empresas com mesma estrutura de capital e usar o beta daquele ativo, mas dificilmente são encontrados ativos com a mesma estrutura de capital, sendo necessário ajustar o beta do ativo que tem a mesma estrutura de capital pela alavancagem da empresa de capital fechado (DAMODARAN, 2009).

Outra maneira de se estimar o beta de empresas de capital fechado é através do beta contábil ou através de regressão múltipla. O beta contábil pode ser estimado através dos lucros periódicos da empresa em comparação com os lucros do setor em que ela está inserida. Na estimação do beta através regressão de múltipla, utilizam-se dados do balanço patrimonial combinados com fatores básicos setoriais (DAMODARAN, 2004; COPELAND, KOLLER e MURRIN, 2000).

De acordo com Gitman (2002), o CAPM auxilia o administrador financeiro na tomada de decisão e a maximização da riqueza dos acionistas, a referência conceitual presente no modelo é útil para avaliar a relação entre risco e retorno.

## **2.6 Críticas ao CAPM**

Embora o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) seja uma metodologia de avaliação de ativos financeiros largamente utilizada, desde sua formulação nos trabalhos de Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966), e ser “de fácil compreensão, possibilitando ao investidor selecionar carteiras de acordo com suas escolhas de risco e retorno” (SIQUEIRA, 2010, p.42), são feitos alguns questionamentos em relação à sua eficácia (ASSAF NETO, 2014).

Ross (1976) como contraposição ao CAPM propõe o modelo *Arbitrage Pricing Theory* (APT). Esse modelo, diferentemente do CAPM, vale para situações de desequilíbrio e considera que na precificação de ativos existem várias fontes que

causam o risco sistemático, como por exemplo taxa de inflação, taxa de juros, o produto interno bruto, entre outros. Roll (1977) critica o CAPM na sua capacidade de se colocar em prática, por não ser possível observar o portfólio de mercado e a hipótese de mercados eficientes. Assaf Neto (2001) pondera que o objetivo das hipóteses de mercados eficientes é descrever o modelo. E que o importante são os resultados que o modelo trará através de sua aplicação na prática e que as hipóteses formuladas não sejam inflexíveis a ponto de invalidar o modelo.

Outra crítica ao modelo é feita por Fama e French (2004). Eles argumentam que, por causa da simplicidade, os registros empíricos do modelo são pobres, invalidando seu uso na aplicação prática. Mas segundo Young e O'Byrne (2003), enquanto não existir um modelo que seja ao mesmo tempo conceitualmente prático e arrojado para a estimação do custo médio ponderado de capital, o CAPM deverá continuar sendo utilizado.

Para Costa Júnior (1996), por mais que o CAPM seja um modelo simples, atual e de grande utilidade, as premissas de hipóteses de mercados, fundadas nas quais é formulado, são restritivas e irrealistas. Segundo Roll (1977), a hipótese de eficiência de mercado do modelo nunca foi testada, e também não existe uma carteira de mercado verdadeira que contemple todos os ativos reais conforme as previsões do CAPM, criticando assim o modelo. Como destacam Berk e Demarzo (2010, p. 413), “qualquer falha do CAPM pode simplesmente ser o resultado de nosso fracasso em encontrar uma boa medida da carteira de mercado”.

Alguns questionamentos em relação ao modelo se devem em razão de o CAPM ser um modelo de risco e retorno com variáveis que representam valores passados para prever retornos futuros, sendo a medida de risco, representada pelo beta, calculada em séries temporais de dados históricos, pois “ao utilizar dados históricos, sempre existe a possibilidade de erros de estimação” (BERK e DEMARZO, 2010, p.409).

Nesse contexto, Kopittke e Freitas (2001, p.7) afirmam que:

Os retornos exigidos obtidos através do uso do modelo servem apenas como aproximações, e para serem realmente utilizados, necessitam que sejam feitos ajustes (subjativos) já que os mesmos são determinados historicamente, para que eles possam refletir as expectativas do futuro.

Alguns estudos divulgados têm demonstrado uma fraca relação entre os retornos históricos das ações e suas medidas de betas de mercado. Outras variáveis, que não o beta, foram entendidas no estudo de Fama e French (1992) como mais proximamente relacionadas ao retorno oferecido pelas ações. Segundo esses autores, o retorno dos ativos pode ser explicado por outras variáveis de risco, como o tamanho da empresa, a

relação entre o valor contábil e o valor de mercado do patrimônio líquido. Fama e French testaram o CAPM no mercado norte-americano durante o período de 1941 a 1990, não tendo encontrado relevância significativa entre o beta e os retornos dos ativos.

Black (1972) critica a relação risco e retorno defendido pelo CAPM. Segundo o autor, em seu estudo ele observou que a relação não funciona da maneira como o modelo sugere, pois, carteiras de maior risco não foram remuneradas linearmente conforme o esperado, ações com menores riscos resultaram em maiores retornos. Já Banz (1981) no mercado de ações de Nova Iorque, durante o período de 1926 a 1975, buscou encontrar evidências do efeito tamanho das firmas associadas aos seus retornos. Ele concluiu que firmas com maiores valores de mercados apresentaram retornos inferiores aos das firmas com menores valores.

Para Brealey e Myers (2006), o pressuposto do CAPM de que não existem custos de transação e impostos é errôneo, pois não se pode afirmar que os investidores emprestam e tomam emprestado à mesma taxa, conforme estabelece o CAPM, uma vez que pegar emprestado envolve uma taxa mais alta do que emprestar.

Na busca de uma alternativa menos questionável para avaliação de ativos, a literatura financeira vem pesquisando outros modelos derivados do CAPM. Um exemplo é o *Arbitrage Pricing Theory* (APT), que avalia a relação entre o risco e retorno de um ativo mediante uma série de fatores sistemáticos, sejam eles conjunturais e, até mesmo, setoriais (ASSAF NETO, 2014).

Além dessas críticas, é de conhecimento que outras análises podem e devem ser feitas para que se verifique a eficácia do modelo do CAPM ou que se estabeleça a criação de um outro modelo derivado do mesmo. Outro aspecto a considerar é que os mercados atuais trabalham com o conceito de retornos crescentes, no qual dificilmente pode-se ter certeza que possíveis retornos serão alcançados por um título. Vários são os fatores que, muitas vezes, do “dia para noite”, podem fazer com que o retorno esperado de um determinado título aumente ou diminua. Dentre eles podem-se citar as crises políticas, decisões judiciais, mudanças climáticas, fusões, etc. (KOPITTKE e FREITAS, 2001, p.7).

Para se concluir o raciocínio, Kopittke e Freitas (2001, p.7) destacam que:

Nesse mundo de retornos crescentes, o risco dos ativos não pode ser simplesmente considerado em função de fatores sistemáticos. A posição da empresa frente aos seus concorrentes, a natureza da empresa, a sua relação com o meio ambiente, etc., também são fatores que geram risco para os investidores. Empresas com posição dominante na indústria, ou com um quadro de funcionários muito especializado, terá um perfil de risco diferente de seus concorrentes que não possuam tais atributos. Nesses casos, o beta, por não



considerar estes fatores, torna-se ineficiente enquanto instrumento de mensuração do risco.

Em mercados emergentes, a aplicação do CAPM é mais complexa, “pois não produz resultados confiáveis, exigindo diversos ajustes de maneira a adequá-lo às características dessas economias” (ASSAF NETO; LIMA e ARAÚJO, 2008). Estudos foram realizados buscando verificar a efetividade do modelo nesses mercados. Dentre eles, Eid Jr. (1996), buscou verificar se existe uma relação entre o risco e o retorno para ações do mercado brasileiro, utilizando como índice de mercado o Ibovespa no ano de 1995, tendo concluído que os menores riscos estavam acompanhados de maiores retornos. Rogers e Securato (2008), ao testarem a efetividade do CAPM e do Modelo de Três Fatores, concluíram que o CAPM não foi efetivo na previsão dos retornos no mercado brasileiro durante o período de 1995 a 2006. Barbosa (2000) ao testar o CAPM e o modelo *Arbitrage Pricing Theory* (APT) no ano de 1998 no Brasil, rejeitou o CAPM nos mercados brasileiros, pois encontrou como resultados em que o beta não foi suficiente para explicar os retornos esperado das ações, contrariando assim o CAPM, concluindo que o modelo APT foi superior ao CAPM.

Ainda que vários estudos refutem o CAPM, o modelo não pode ser inviabilizado, uma vez que existem na literatura diversos estudos que comprovam sua efetividade. Black, Jensen e Scholes (1972) testaram o CAPM para o mercado de ações de Nova Iorque, durante o período de 1931 a 1965. Os autores concluíram que existia uma relação linear positiva e significativa entre os betas e os retornos, confirmando assim a hipótese do CAPM. Blume e Friend (1973) analisaram o risco sistemático e o retorno das ações negociadas na bolsa de Nova Iorque, no período de 1950 a 1968. Os autores validaram a relação entre o risco e o retorno conforme previsto no modelo CAPM. Silva (2007) testou o CAPM e suas variantes no mercado acionário brasileiro no período de 1995 a 2005, tendo concluído que a relação entre o risco e o retorno pode ser explicada pelo modelo CAPM.

Embora existam outros questionamentos, estes são os principais encontrados em relação ao CAPM. A real intenção da criação e/ou descoberta de modelos dele derivados é buscar formas de aperfeiçoá-lo, com o intuito de fazer com que o mesmo consiga refletir de fato a realidade do mercado. Assim, ainda que o CAPM tenha sido criado nos anos sessenta, segue como um modelo atual e tem um marco conceitual amplo, pois não analisa um risco isolado e sim numa relação direta com o mercado (COSTA JR, 1996; BRIGHAM e EHRHARDT, 2012).

## 2.7 Modelos Inspirados no CAPM

As críticas ao modelo CAPM levaram ao desenvolvimento de outros modelos que buscam a correta precificação dos ativos. Esse tópico faz uma breve explanação dos seguintes modelos: CAPM Local, CAPM Global, *Arbitrage Pricing Theory* (APT), Modelo de Três Fatores, Modelo de *Goldman Sachs* e o Modelo de Betas Multiplicativos de *Solnik*.

### 2.7.1 CAPM Local

O CAPM Local, proposto por Stulz (1995), parte da premissa de que o mercado é segmentado e os investidores só podem investir em mercado local. Em mercados segmentados os retornos exigidos dos ativos diferem entre os países em termos de risco e retorno, pode ocorrer de ativos de mesmo risco possuírem preços diferentes em outros mercados.

Esse modelo considera que a economia restringe títulos que não são do mercado em questão, excluindo assim da carteira de investimento títulos de outros países. Pressupõe que não há investidores estrangeiros e os investidores locais não conseguem eliminar o risco-país, que no modelo CAPM é eliminado pela diversificação.

O CAPM Local é obtido pela seguinte expressão:

$$K_e = R_{fL} + \beta \times (R_{mL} - R_{fL}) \quad (2)$$

Onde:

$K_e$ : Taxa de retorno mínimo requerido pelos investidores;

$R_{fL}$ : Retorno do ativo livre de risco local (*Risk free*);

$\beta$ : Coeficiente Beta: medida de sensibilidade entre o retorno do ativo e o retorno de mercado local;

$R_{mL}$ : Retorno do mercado local;

$R_{mL} - R_{fL}$ : Prêmio pelo risco de mercado local.

### 2.7.2 CAPM Global

Stulz (1999) apresenta o CAPM Global numa versão mais simples. O'Brien (1999) incorpora a oscilação cambial no modelo. Diferente do CAPM Local, o modelo baseia-se na hipótese de mercado integrado, considerando que um investidor em

qualquer lugar do mundo poderia ter portfólios em qualquer mercado, sem custos de transação ao entrar e sair dos mesmos (PEREIRO, 2002).

O modelo pode assim ser descrito:

$$K_e = R_{fg} + \beta (R_{mg} - R_{fg}) \quad (3)$$

Onde:

$K_e$ : Taxa de retorno mínimo requerido pelos investidores;

$R_{fg}$ : Retorno do ativo livre de risco local (Risk free);

$\beta$ : Coeficiente Beta: medida de sensibilidade entre o retorno do ativo e o retorno de mercado global;

$R_{mg}$ : Retorno do mercado global;

$R_{mg} - R_{fg}$  = Prêmio pelo risco de mercado global.

### 2.7.3 Arbitrage Pricing Theory (APT)

O *Arbitrage Pricing Theory* (APT) foi desenvolvido por Stephen Ross, em 1976. Diferentemente do Modelo CAPM, no qual se utiliza somente o beta para explicar o retorno do modelo, o APT supõe que existe mais de um fator que exerce influência no retorno dos ativos com risco. Assim, o retorno esperado de um ativo resulta de cada um dos fatores incluídos e cada fator representando o risco não pode ser eliminado pela diversificação. Ross não define quantos e quais fatores a serem utilizados na estimação do modelo.

Esse modelo pode ser assim descrito:

$$K_e = R_f + (R_1 - R_f) \beta_1 + (R_2 - R_f) \beta_2 + (R_3 - R_f) \beta_3 + \dots + (R_n - R_f) \beta_n \quad (4)$$

Onde se tem que:

$K_e$ : Taxa de retorno mínimo requerido pelos investidores;

$R_f$ : Retorno do ativo livre de risco (Risk free)

$R_n$ : Taxa aleatória de retorno do ativo do ativo “n”

$(R_n - R_f)$ : Retorno do fator “n” acima da taxa de juro sem risco

$\beta_n$ : Coeficiente Beta: medida de sensibilidade entre o retorno do ativo em relação ao fator “n”.

Na concepção do modelo APT os investidores podem formar carteiras visando lucros sem riscos adicionais, tirando vantagens de diferentes preços para o mesmo ativo, processo conhecido como arbitragem (SHARPE et.al, 1999). De acordo com Ross (1976, p.343), ao utilizar o princípio de arbitragem, o APT viabiliza a precificação de

ativos tanto em situações de equilíbrio quanto em momentos de desequilíbrio do mercado.

#### 2.7.4 Modelo de Três Fatores

Fama e French (1993) propuseram um modelo que relaciona o retorno médio do ativo não somente com o beta, mas também com alguns outros fatores característicos das empresas, como tamanho, grau de alavancagem e a relação valor contábil e valor de mercado. Eles aplicaram o modelo no mercado americano e chegaram à conclusão que o modelo de três fatores se mostrou mais explicativo e significativo que o CAPM, pois as variáveis conseguiram explicar parte relevante dos retornos das carteiras de ativos não explicados pelo beta. Segundo Fama e French (1993) o modelo de três fatores captura a maior parte das falhas não compreendida pelo fator mercado e pode ser usado para qualquer aplicação que requer estimativas de retorno esperado de ações. Como exemplos, escolher portfólios, avaliar desempenho de carteira, mensurar retornos anormais em estudos de eventos e estimar o custo de capital. A equação do modelo é apresentada a seguir:

$$K_e = R_f + \beta_1 (R_m - R_f) + \beta_2 (\text{SMB}) + \beta_3 (\text{HML}) \quad (5)$$

Onde:

$K_e$ : Taxa de retorno mínimo requerido pelos investidores;

$R_f$ : Retorno do ativo livre de risco (Risk free);

$\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\beta_3$  : Coeficiente Beta: medida de sensibilidade entre o retorno do ativo e os fatores de mercado;

$R_m - R_f$ : Prêmio pelo risco de mercado

SMB: Prêmio pelo fator tamanho da empresa

HML: Prêmio pela relação entre valor contábil e valor de mercado

Para Fama e French (2007) as variáveis do modelo não refletem a preocupação dos investidores, mas sim representa padrões que não foram estudados pelos modelos anteriores, em como os retornos dos ativos variam em função do tamanho e da relação valor patrimonial e valor de mercado (*book-to-market*).

### 2.7.5 Modelo de Goldman Sachs (*Country Spread Model*)

De acordo com Harvey (2005), o modelo de Goldman Sachs é amplamente utilizado por bancos de investimentos e empresas de consultoria. Esse foi um dos primeiros modelos a supor que os mercados são parcialmente integrados.

Investidores em mercados não totalmente integrados têm sua diversificação reduzida. Assim, Mariscal e Lee (1993) buscaram resolver problemas de estimativas de custo de capital próprio para mercados emergentes que não são totalmente integrados nem totalmente segmentados, ajustando o CAPM incluindo o prêmio pelo risco de *default* do país emergente na equação.

O modelo pode ser descrito da seguinte forma:

$$K_e = R_f \text{ EUA} + \beta [E(R_m \text{ EUA}) - R_f \text{ EUA}] + \text{PRD} \quad (6)$$

Em que:

$K_e$ : Taxa de retorno mínimo requerido pelos investidores;

$R_f \text{ EUA}$ : Retorno do ativo livre de risco dos Estados Unidos (Risk free);

$\beta$ : Coeficiente Beta: medida de sensibilidade entre o retorno do ativo e o retorno de mercado americano;

$E(R_m \text{ EUA})$ : Retorno esperado do mercado norte-americano;

PRD: Prêmio de risco do país emergente.

De acordo com Damodaran (2002), essa metodologia minimiza problemas de aplicação do CAPM nos mercados emergentes, como a inexistência de uma boa *proxy* da carteira de mercado e também ausência de ativos livres de risco.

### 2.7.6 Modelo de Betas Multiplicativos de Solnik

O modelo de Betas Multiplicativos é outro exemplo de variante do CAPM e foi proposto por Solnik (2000). O modelo supõe assim como o Modelo de *Goldman Sachs* que os mercados são parcialmente integrados e considera que a composição do risco específico é influenciada de maneira indireta por retornos dos mercados globais. O beta é estimado a partir do produto entre beta do ativo em relação à carteira de mercado local e o beta do mercado em questão em relação ao mercado global. O modelo é representado pela equação a seguir:

$$K_e = R_f \text{ global} + \beta_D \times \beta_G \times \text{PRMG} \quad (7)$$

Onde:

$K_c$ : Taxa de retorno mínimo requerido pelos investidores;

$R_f$  global: Retorno do ativo livre de risco global (Risk free);

$\beta_D$ : Coeficiente Beta: medida de sensibilidade entre o retorno do ativo e o retorno de mercado local;

$\beta_G$ : Coeficiente Beta: medida de sensibilidade entre o retorno do ativo e o retorno de mercado local em relação ao mercado global

PRMG : Retorno da carteira de mercado global

Para garantir de não haver dupla contagem dos prêmios pelo risco, O'Brien (1999) afirma que quando o índice global for capaz de explicar parcialmente os retornos dos ativos estudados que não explicados pelo índice local, esse modelo não pode ser utilizado.

## 2.8 Séries temporais

Uma série temporal é qualquer conjunto de observações ordenadas ao longo do tempo, sendo também denominada como uma série histórica (EVERIT, 1985). A série temporal está presente em vários campos de atividades rotineiras, como na economia, nos preços diários das ações e na medicina, como no eletrocardiograma, no eletroencefalograma, etc. (EHLERS, 2003).

A série temporal pode ser estacionária ou estocástica. A série temporal é estacionária quando suas medidas estatísticas (média, variância e auto correlação) são invariantes ao longo do tempo. Se a série não for estacionária, então suas medidas estatísticas mudam ao longo do tempo, sendo assim uma série estocástica (MADDALA E KAJAL, 2009).

Para fazer previsões sobre séries temporais existem vários métodos, dentre eles o método de Fourier e o método de Ondaletas.

### 2.8.1 Método de Fourier

Desenvolvido pelo matemático Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830), o método de Fourier, ou transformada de Fourier, decompõe uma função periódica em componentes de senos e cossenos, fornecendo assim a identificação de sinais no domínio da frequência.

O método de Fourier é uma das formas mais comuns para tratamento de sinais e séries temporais. De acordo com Domingues *et al.* (2016), o método de Fourier é uma técnica para estudo de sinais que tem sido muito utilizada na ciência e na engenharia.

Segundo esse autor, a técnica consiste na transformação de um domínio em um outro domínio, em que muitas características do sinal analisado são reveladas. O domínio transformado é denominado domínio espectral ou frequencial, enquanto o domínio original da função é chamado de domínio temporal ou domínio espacial.

Segundo Domingues *et al.* (2016),

Na teoria de Fourier incluem-se a transformada de Fourier e a série de Fourier. A série de Fourier é usada para analisar funções que são periódicas enquanto a transformada de Fourier é usada para representar funções aperiódicas. A transformada de Fourier pode ser vista como uma extensão da série de Fourier em que uma função aperiódica é considerada periódica no intervalo  $[-L/2, L/2]$ , com  $L$  tendendo a infinito.

Falando mais especificamente da transformada de Fourier, Zanetta Júnior (2003) afirma que a mesma pode também ser chamada de integral de Fourier. A transformada de Fourier é um tópico extenso no estudo de tratamento de sinais. Porém, para a realização da análise dos dados do presente estudo, o método/análise de Fourier é insuficiente, fazendo-se necessário a aplicação do método de análise de *wavelets*.

Duarte (2016, p.43) explica a diferença entre a análise de Fourier e o método de análise de *wavelets* no seguinte trecho:

A análise de Fourier tem como objetivo transformar um sinal (função) do domínio do espaço para o domínio da frequência, no entanto, não conseguimos saber "quando" no tempo acontecem essas frequências que estudamos. Na análise pela aplicação de *wavelets* podemos extrair também informações da função no domínio do tempo. É possível escolher a melhor combinação dos detalhes para um objetivo estabelecido, assim como é possível aumentar o detalhe de um dos domínios sem diminuir o outro.

A transformada de Fourier é utilizada para sinais não-estacionários, sendo assim uma limitação para o uso da técnica. Ela fornece apenas os componentes de frequência que existem nos sinais não-estacionários. Portanto, para saber o momento que os sinais ocorrem, as *wavelets* seriam mais adequadas.

### 2.8.2 *Wavelets*

O termo *wavelets* não é tão recente quanto se pensa, porém, o mesmo se tornou conhecido recentemente. Segundo Lima (2002, p.13), “embora a primeira menção às *wavelets* tenha acontecido em 1909, por Alfred Haar, as *wavelets* de Haar ficaram no anonimato por muitos anos e, por um período muito longo, elas continuaram a ser a única base ortonormal de *wavelets* conhecidas”. Mais tarde, Daubechies (1992) estendeu o trabalho de Haar e possibilitou uma análise mais eficiente, sintetizando a família de ondaletas ortonormais (RODRIGUES, 2015).

As *wavelets* decompõem uma função em termos de frequência e tempo. *Wavelet* nada mais é do que um termo inglês que corresponde aos termos *ondaleta* ou *ondaleta*. Ela é uma técnica muito utilizada em várias áreas de pesquisas. Segundo Gil (2010, p.15):

Ondaleta é uma ferramenta matemática muito utilizada em diversas áreas de pesquisa e que tem um papel promissor em finanças. Ondaletas são funções que satisfazem a algumas propriedades e têm a aparência de uma pequena onda. O princípio desta análise é obter, através de uma combinação linear destas funções, um alto grau de aproximação de uma série de dados. Esta ferramenta é muito poderosa por ser capaz de analisar a série no domínio do tempo e da frequência, simultaneamente.

As ondaletas são funções, com propriedades de translação e escalamento, que, a partir dessas propriedades geram funções  $\psi_{j,k}(t)$ , a partir de translações e dilatações de uma função original  $\psi(t)$ , em que  $t$  denota o tempo,  $j$  representa as medidas dos intervalos nos quais as ondaletas concentram grande parte da sua oscilação e  $k$  é um coeficiente referente às translações das séries (MORETTIN, 1999).

De acordo com Gil (2010, p.15), existem duas ondaletas principais, a “ondaleta-mãe” e a “ondaleta-pai”. “A primeira representa os sinais de alta frequência e a segunda, os de baixa frequência”. Uma ondaleta mãe  $\psi$ , representa o sinal que possui alta frequência e, conseqüentemente, longos períodos, e uma ondaleta-pai,  $\varphi$ , capta o sinal de baixa frequência da série (MORETTIN, 1999).

As *Wavelets* dilatadas e transladadas a partir da *Wavelet* mãe podem ser escritas como na equação (8):

$$\Psi_{a,b}(x) = |a|^{-\frac{1}{2}} \Psi\left(\frac{x-b}{a}\right), a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0 \quad (8)$$

Onde:  $\Psi$  é chamada de ondaleta mãe, e as variáveis  $a$  e  $b$  correspondem, respectivamente, aos parâmetros de dilatação e translação da *Wavelet* mãe, esses parâmetros correspondem à frequência que se queira analisar, temporal  $b$  e escala  $a$ .

Uma série temporal financeira pode ser decomposta por análise de ondaletas, por projeções de ondaletas pai e ondaletas mãe, a partir das funções  $\Phi$  e  $\Psi$  (GENÇAY *et al*, 2002).

Devido à sua capacidade de decompor as funções no domínio da frequência e do tempo, as ondaletas têm sido uma ferramenta poderosa no processamento de sinais, muito aplicadas na compressão de dados, eliminação de ruídos, separação de componentes no sinal, identificação de singularidades, detecção de auto semelhanças, e muito mais (DUARTE, 2016).



### 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este capítulo tem por objetivo apresentar a metodologia usada para buscar atingir os objetivos do estudo. Nessa perspectiva, o capítulo discorre sobre a classificação da pesquisa, a seleção da amostra, as variáveis do estudo, o processo de coleta de dados e a técnica estatística aplicada para tratamento dos dados.

#### 3.1 Classificação do Estudo

A fim de atender aos objetivos geral e específicos traçados para este estudo, foi realizada uma pesquisa de natureza aplicada e com finalidade descritiva. As pesquisas descritivas têm como objetivo descrever as características de uma determinada população ou fenômeno ou estabelecer relações entre as variáveis e têm como característica a utilização de técnicas de padronização de dados (GIL, 2010).

No que tange aos procedimentos utilizados, este estudo se classifica como pesquisa documental. A estratégia de pesquisa documental é aquela na qual se “utilizam documentos como fonte de dados, informações e evidências” (MARTINS E THEÓPHILO, 2009, p.88). Segundo esses autores, os documentos são dos mais variados tipos, tais como os arquivados em entidades públicas e privadas, inclusive bases de dados.

Quanto à avaliação, a pesquisa é realizada pelo método quantitativo. Segundo Martins e Theóphilo (2009, p. 108), a avaliação quantitativa pode ser definida como “aquela em que os dados e as evidências coletados podem ser quantificados, mensurados. Os dados são filtrados, organizados e tabulados, enfim, preparados para serem submetidos a técnicas e/ou testes estatísticos”.

#### 3.2 Definição das Amostras

Como critério inicial para definição da amostra foram selecionadas as ações das empresas que compõem o Índice Brasil 100 (IBrX 100), que inclui “as 100 empresas com maior representatividade e negociabilidade no mercado de ações brasileiro” (B3, 2018). A justificativa para a escolha das ações que pertencem esse índice é que, além de elas serem as 100 mais representativas, também são ações classificadas como *Penny*

*Stock*, que “são ações cotadas abaixo de R\$ 1,00 e são especulativas e mais arriscadas” (B3, 2018).

Como segundo critério para seleção da amostra, definiu-se o conjunto de ativos que representa 80% de participação no mercado de ações B3. Esse critério foi definido para se obter um número de empresas passível de serem analisadas individualmente quanto à relação risco e retorno, e ao mesmo tempo comporem uma parcela representativa do mercado. Ao analisar o percentual de participação das empresas no B3, nota-se que os papéis são concentrados em poucas empresas, pois 26 empresas detêm de 1,07% a 10,88% de participação, sendo as outras com participação inferior a 1% e a soma da participação das 26 empresas representam 80% da participação total no mercado de ações. Essa análise está representada no Quadro 01 a seguir:

**QUADRO 01:** Representatividade das empresas no mercado de ações brasileiro.

<b>EMPRESAS</b>	<b>PARTICIPAÇÃO %</b>
ITAU UNIBANCO	10,88%
VALE	10,08%
BRADESCO PN	8,03%
AMBEV S/A	6,70%
PETROBRAS PN	5,63%
PETROBRAS ON	3,91%
B3	3,63%
ITAUSA	3,41%
BANCO DO BRASIL	3,22%
ULTRAPAR	2,38%
BRF SA	2,24%
CIELO	2,12%
LOJAS RENNER	1,94%
KROTON	1,89%
TELEF BRASIL	1,57%
BBSEGURIDADE	1,51%
BRADESCO On	1,45%
RAIADROGASIL	1,36%
CCR SA	1,33%
JBS	1,13%
GERDAU	1,10%
WEG	1,09%
EMBRAER	1,08%
HYPERMARCAS	1,07%
RUMO S.A.	1,07%
EQUATORIAL	1%
Outras Empresas	19,17%
<b>TOTAL</b>	<b>100%</b>

Fonte: B3, (2018).

Os dados selecionados para este estudo são os retornos diários dessas ações, no período de 2008 a 2016. Foram consideradas as empresas brasileiras cuja existência iniciou antes de 2008 e estavam em atividade até 2016. A escolha do período se justifica por ser relevante para os mercados financeiros brasileiros, pois compreende a crise e pós-crise mundial de 2008, e pré-crise brasileira iniciada em 2014 e vigente em 2016. Para os cálculos, foram consideradas aquelas ações que apresentaram cotações durante todo o período analisado.

Com base nesse critério de seleção da amostra, foram excluídas aquelas empresas que não estiveram em atividade durante o período analisado, ou seja, que começaram suas atividades depois de 2008 ou terminaram suas atividades antes de 2016. . As seguintes empresas foram excluídas da amostra, por não corresponderem aos critérios de seleção adotados: BB seguridade, Bradesco On, B3, Cielo, Equatorial, Kroton, Petrobras On, Raia, Rumo, Ultrapar, Hypermarchas,

Após os critérios de seleção da amostra, o número de empresas analisadas para atingir os objetivos desse estudo foi de 15 empresas. No Quadro 02 é possível verificar quais foram as empresas, o código de suas ações e a participação de cada uma delas no Ibovespa.

**QUADRO 02:** Amostra de empresas selecionadas para o estudo

EMPRESAS	CÓDIGO DA AÇÃO	PARTICIPAÇÃO%
AMBEV	ABEV3	6,70
BRADESCO	BBDC4	10,08
BRASIL	BBAS3	3,22
BRF	BRFS3	2,24
CCR	CCRO3	1,33
EMBRAER	EMBR3	1,08
GERDAU	GGBR4	1,10
ITAU UNIBANCO	ITUB4	10,87
ITAUSA	ITSA4	3,41
JBS	JBSS3	1,13
LOJAS RENNER	LREN3	1,94
PETROBRAS	PETR4	5,63
TELEF BRASIL	VIVT4	1,57
VALE	VALE3	10,08
WEG	WEGE3	1,09
<b>Total %</b>		<b>61,48</b>

Fonte: B3 (2018).

As ações selecionadas como objeto do estudo pertencem aos seguintes segmentos: Setor Financeiro e outros (BRADESCO, ITAU UNIBANCO, BRASIL e

ITAUSA), Carnes e derivados (JBS E BRF), Cervejas e refrigerantes (AMBEV), Exploração, refino e distribuição (PETROBRAS), Exploração de rodovias (CCR), Material aeronáutico e de defesa (EMBRAER), Materiais metálicos (VALE), Motores, compressores e outros (WEG), Tecidos, vestuário e calçados (LOJAS RENNER), Telecomunicações (TELEF BRASIL) e Siderurgia (GERDAU).

Para satisfazer uma condição imposta pelas *wavelets*, do número de observações serem uma potência de dois ( $2^n$ ), foi necessário agrupar os dados para 256 observações anuais. Assim, para completar os dados faltantes, foram coletados dados dos meses de janeiro e fevereiro do ano de 2017, para completar as 256 observações anuais.

Como taxa livre de risco, foi utilizada a taxa Selic, pois de acordo com Castellano (2008, p. 63), “a taxa SELIC é a grande balizadora da taxa livre de risco no Brasil, sendo que elas possuem liquidação financeira no mesmo dia. Como *benchmark* para o portfólio de mercado, foi adotado o retorno do Ibovespa diário. Os dados sobre os retornos das ações foram coletados na base de dados da Economatica®. Os demais dados sobre a caracterização da amostra, foram retirados do site da B3. A taxa Selic diária foi coletada no site do Banco Central do Brasil. No tratamento dos dados foram utilizados os softwares Microsoft Excel® e R®.

### 3.3 Descrição das Variáveis Utilizadas

O retorno diário de um ativo financeiro é usualmente definido como a diferença logarítmica entre valores diários consecutivos dos preços desse ativo. O retorno diário de mercado de um ativo  $i$  em relação ao tempo  $t$  pode ser calculado através da seguinte fórmula:

$$R_{i,t} = Ln(Y_t / Y_{t-1}) \quad (9)$$

Para os propósitos do estudo, foram estimados betas de diferentes maneiras: o beta usual foi estimado por regressão simples entre os retornos históricos diários observados da ação e os retornos históricos diários da carteira de mercado; o beta ondaletas foi estimado por uma regressão por ondaletas entre os retornos históricos diários observados da ação e os retornos históricos diários da carteira de mercado, usando limiares para remover ou reduzir ruído presente em algum sinal da série temporal; e, por último, o beta médio via ondaletas foi estimado usando a fórmula do beta em diferentes escalas temporais.

Para Jagannatan e Wang (1996), o risco sistemático não é estável ao longo do tempo, pois a distribuição dos retornos dos ativos varia ao longo do tempo, por isso, as

expectativas de retorno também variam. Assim a análise do beta em escalas temporais captam essas variações dos retornos. Nesta análise, foram obtidas seis escalas temporais de risco sistemático a cada ano e um coeficiente, que é a média ponderada dos obtidos nas escalas. Esse coeficiente médio foi tomado como o beta médio anual das escalas temporal.

O risco sistemático é medido pelo coeficiente beta ( $\beta$ ). Na estimação por ondaletas em escalas temporais, utilizou-se a seguinte fórmula para estimação do risco sistemático do ativo  $n$  na escala  $j$ :

$$\hat{\beta}_{n,j} = \frac{Cov(\tilde{W}_{mj}, \tilde{W}_{ij})}{Var(\tilde{W}_{mj})} \quad (10)$$

Na estimação por mínimos quadrados ordinários, o coeficiente beta é estimado através da regressão linear entre os retornos históricos observados do ativo e os retornos históricos da carteira de mercado:

$$R_{j,t} = a_j + b_j R_{m,t} + e_{j,t} \quad (11)$$

Onde:  $b_j$  é beta ( $\beta$ ) é o coeficiente de inclinação do modelo CAPM

$R_{j,t}$ , é o retorno do ativo  $j$ , no período  $t$ ,

$R_{m,t}$  é o retorno da carteira de mercado no período  $t$ ,

$a_j$  e  $b_j$  são os parâmetros, específicos do ativo  $j$ , a serem estimados a partir de dados históricos,

$e_{j,t}$  é o erro aleatório com valor igual a zero.

O excesso de retorno de mercado é obtido entre a diferença do retorno do ativo e o retorno da taxa livre de risco:

$$E = (R_{j,t} - R_{f,t}) \quad (12)$$

Onde:  $R_n$  = Retorno do ativo  $j$  no tempo  $t$ ,

$R_f$  é o retorno da taxa livre de risco na data  $t$ .

Para o excesso de retorno em escalas, estimará do seguinte modo, para cada escala  $j$  na data  $t$ :

$$\hat{E}_{n,j} = (\tilde{R}_{jt} - \tilde{R}_{ft}) \quad (13)$$

Para estimação do coeficiente do risco sistemático e do excesso de retorno, usando o método de filtragem de sinais por meio da limiarização, cujo objetivo é reduzir ou eliminar possíveis ruídos presentes em alguns sinais das series temporais foi utilizado o limiar universal (*threshold*) técnica que resulta em um sinal mais limpo, mas que ainda mostra detalhes importantes, proposto por Donoho e Johnstone (1995):

$$\lambda = \sigma \sqrt{2 \log(T)} \quad (14)$$

Onde:  $\sigma$  o nível do ruído,

T o tamanho do sinal.

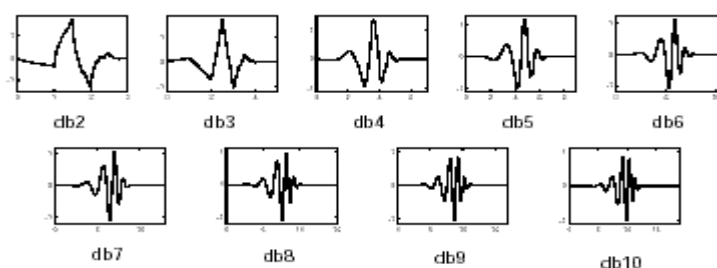
Para este estudo, as ondaletas utilizadas foram da família de Daubechies e possuem nível de resolução de 10 momentos nulos (LA 10), propriedade que torna possível a análise da regularidade local de um sinal e “que indica a suavidade de uma função, quanto maior o número de momentos nulos, mais suave será a função” (ROCHA, 2008).

### 3.4 Descrição Do Modelo Econométrico Utilizado

A estimação do coeficiente beta do CAPM através das ondaletas parte do entendimento que, dentro de um mesmo período analisado, podem ocorrer betas diferenciados que não são captados pela estimação via regressão mínimos quadrados ordinários ou pela estimação pela razão, que é a covariância entre o retorno do ativo e o retorno de mercado dividido pela variância do retorno de mercado. O resultado auxilia na análise do investidor na tomada de decisão, pois a economia é dinâmica e tem ciclos. Assim, possibilita que os investidores revejam suas expectativas de retorno mediante os riscos, pois em momentos que os betas em escalas estiverem mais elevados que o mercado ( $\beta > 1$ ), os retornos esperados também deverão ser maiores.

As ondaletas são ferramentas matemáticas para analisar imagens ou séries temporais, muito úteis para análises numéricas e manipulação de sinais discretos, sendo utilizada também para regressões não paramétricas. Há vários tipos de ondaletas, e algumas possuem características mais adequadas para determinadas aplicações. Segundo Rodrigues (2015) as ondaletas de Daubechies são calculadas de forma iterativa e não tem forma explícita. São ortonormais de suporte compacto e são numeradas de acordo com o número de momentos nulos (db1, db2, etc. A Figura 05 mostra um exemplo de ondaletas de Daubechies com 10 momentos nulos.

**Figura 05:** Ondaletas de Daubechies.



Fonte: Splinter, 2006.

As ondaletas também permitem analisar melhor a série temporal usando filtragem de sinais para omitir alguns conjuntos de dados, que possam causar alguns ruídos e corromper a série temporal.

O risco sistemático através de ondaletas é visível no trabalho de Gençay et al. (2005). O autor decompõe uma série temporal, utilizando ondaletas para obter previsões em diferentes escalas de período. As ondaletas são também conhecidas por *wavelets*, têm aparência de pequenas ondas e “são funções matemáticas que ampliam intervalos de dados, possibilitando que cada componente seja alocado em sua respectiva escala” (MISITI et al., 1997, p. 3-4). Essas funções têm propriedades específicas e fracionam uma série temporal original em duas subséries, a ondaleta mãe e a ondaleta pai, a partir das funções  $\Phi$  e  $\Psi$ . A ondaleta mãe é relacionada às altas frequências, a ondaleta pai se refere às frequências mais baixas. A *wavelet* mãe funciona como uma janela de cobertura finita que persegue a série temporal (GENÇAY et al., 2002).

Segundo Gençay et al (2002), devido à sua capacidade de decompor uma série temporal em escalas referentes ao domínio da frequência quanto ao domínio do tempo, é válido o uso das *wavelets*, pois é possível fazer uma reconstrução da série de tempo em cada ponto do tempo. A análise da transformada em ondaletas é capaz de decompor e descrever a função  $f(t)$  no domínio da frequência, de forma que se pode analisar esta função em diferentes escalas de frequência e de tempo.

## 4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

A Análise de Resultados está organizada em três subitens. No primeiro, é apresentada a análise descritiva das variáveis. No segundo, são analisados os betas das ações das empresas da amostra e os seus prêmios de risco de mercado. No terceiro item são desenvolvidas análises da relação entre o risco o retorno, conforme o CAPM, com os betas calculados por diferentes métodos.

### 4.1 ANÁLISE DESCRITIVA DOS DADOS

Antes de iniciar os cálculos para verificar a existência da relação linear risco e retorno, é necessário realizar uma análise descritiva dos dados para conhecer a amostra deste estudo. As estatísticas descritivas dos retornos das ações de cada uma das empresas da amostra encontram-se na Tabela 1.

Constata-se que as séries de retornos têm valores bem próximos de zero, sendo o maior retorno médio da empresa Ambev e o menor retorno médio da Gerdau, com maior resultado negativo. Esse resultado corrobora com a teoria financeira clássica de que a média dos retornos de um ativo é bem próxima de zero (GAIO, 2009).

**TABELA 1:** Estatística descritiva dos retornos das ações das empresas da amostra da pesquisa, no período de 2008 a 2016.

Amostra	Média	Desvio Padrão	Coefficiente de Variação%	Curtose	Assimetria
Ambev	0,000644	0,016849	26.17%	8,464	0,043
Banco do Brasil	0,000289	0,028256	97.84%	-0,004	8,390
Bradesco	0,000363	0,022818	62.95%	0,458	8,260
BRF	0,000452	0,021168	46.88%	0,188	7,439
CCR	0,000456	0,022949	50.38%	0,078	7,674
Embraer	-0,000065	0,023534	-364.86%	-0,237	8,250
Gerdau	-0,000219	0,029954	-136.22%	0,138	5,539
Itaú	0,000355	0,023884	67.29%	0,532	9,195
Itausa	0,000340	0,023372	69.15%	0,538	9,908
JBS	0,000124	0,033628	270.54%	0,064	7,960
Renner	0,000635	0,026862	42.32%	0,105	7,711
Petrobrás	-0,000135	0,029716	-219.47%	0,065	5,752
Telef	0,000195	0,017512	90.03%	-0,000	4,863
Vale	-0,000125	0,029038	-231.74%	-0,030	6,595
Weg	0,000392	0,021046	53.65%	-0,321	9,990

Fonte: Elaboração própria com dados coletados na pesquisa.



O desvio padrão indica “quão os valores estão concentrados em torno da média. Se a dispersão é pequena, os valores estão concentrados em torno da média, se é grande, os valores se afastam acentuadamente da média” (FREUND; SIMON, 2000).

Uma medida adequada de análise e comparação das dispersões é o coeficiente de variação<sup>7</sup>, que mede a razão entre o desvio padrão e a média. No caso, em análise, a razão entre o risco e o retorno esperado. Assim considerado, as empresas com retornos das ações mais voláteis da amostra são a Embraer e a JBS, já as empresas com retornos menos voláteis são a Ambev e a Renner.

Conforme se observa, as ações da Ambev foram as que apresentaram a maior média e menor desvio padrão dos retornos. Portanto, têm o menor coeficiente de variação. Assim, de acordo com a teoria de finanças, essas são as ações da amostra mais interessantes ao investidor, se considerado que são as que apresentam menor risco e maior retorno esperados.

As distribuições dos retornos das ações de todas as empresas amostradas possuem assimetria positiva (coeficiente de assimetria de Pearson  $> 0$ )<sup>8</sup>, indicando que a maioria dados estão concentrados em valores mais baixos e há valores extremos superiores. Nesse caso, a moda e mediana do retorno são menores do que a média, que é mais alta por ser mais influenciada por valores extremos. De acordo com esses resultados, conclui-se que o retorno será na maioria das vezes menor do que o esperado, pois os valores estarão concentrados abaixo da média.

A análise da curtose caracteriza os dados de acordo com o achatamento da distribuição de frequências. Assim, uma distribuição normal tem um achatamento mediano (mesocúrtica). As distribuições mais achatadas que a distribuição normal são denominadas platicúrticas e as menos achatadas são denominadas leptocúrticas. De acordo com o coeficiente de curtose (K), temos os seguintes resultados: “Se  $K > 0,263$ , a distribuição é platicúrtica, portanto, com caldas longas e achatadas. Se  $K < 0,263$  significa que é leptocúrtica. Se  $K=0,263$  significa que a distribuição é mesocúrtica” (LOPES, 2003).

A análise do coeficiente de curtose das distribuições de retorno das empresas amostradas revelou que as variáveis possuem em sua maioria distribuições

<sup>7</sup> “O coeficiente de variação (CV) é calculado pela razão entre o desvio-padrão ( $\sigma$ ) e a média ( $\mu$ ), assim,  $V=\frac{\sigma}{\mu}$ ” (FREUND E SIMON, 2000). Multiplicando-se por 100, tem-se o Coeficiente de Variação em termos percentuais. De acordo com a regra empírica,  $CV < 15\%$  indica baixa dispersão,  $15\% \leq CV < 30\%$  média dispersão e  $CV \geq 30\%$  alta dispersão.

<sup>8</sup> De acordo com Lopes (2003), pode-se medir a assimetria de uma distribuição calculando o coeficiente de assimetria de Pearson ( $A_s$ ). Quando  $A_s < 0$ , tem-se assimetria negativa,  $A_s > 0$ , a assimetria é positiva e  $A_s = 0$ , a distribuição é simétrica.

leptocúrticas, tendo valores mais agrupados em torno da moda e curva mais aguda que a distribuição normal. Observa-se também que em cinco empresas amostradas existem características platicúrticas, tendo assim a curva mais achatada que a de uma distribuição normal. O resultado dessas cinco empresas foi influenciado pela presença de *outliers* comum em séries financeiras.

Para confirmar se a distribuição dos retornos pode ser aproximada por uma distribuição normal, foi realizado o teste de Shapiro. A hipótese nula testada é que os dados seguem uma distribuição normal. Assim, se  $p \leq 0,05$ , os dados não seguem uma distribuição normal, rejeita-se a hipótese nula. Se  $p > 0,05$ , não é possível concluir que os dados não seguem uma distribuição normal, não se rejeita a hipótese nula de distribuição normal dos dados. O teste de Shapiro rejeitou a hipótese nula de normalidade dos dados em todas as variáveis testadas. O p- valor apresentou um nível de significância de 0,00, ou 0%, ou seja,  $p < 0,05$  ou  $p < 5\%$ . O método utilizado nesse estudo é não paramétrico, assim, não requer que a distribuição dos dados seja considerada normal.

## **4.2 BETAS DO MODELO CAPM**

Antes de estudar a relação linear entre o risco e o retorno, foi desenvolvida uma análise das ações de cada uma das empresas da amostra, de acordo com seus betas e os prêmios de risco de mercado, com o propósito de realizar uma comparação entre os betas calculados nas diversas modalidades, verificando quais os indicativos de cada um desses coeficientes em relação aos retornos esperados, buscando assim responder aos seguintes objetivos específicos propostos: analisar os coeficientes dos riscos sistemáticos - beta usual, beta médio ondaletas, beta por filtragem ondaletas e beta em escalas temporais- e verificar se os ativos das empresas que possuem maiores e menores betas são aqueles que apresentam, respectivamente, maiores e menores prêmios de mercado.

### **4.2.1 Betas das ações da Ambev**

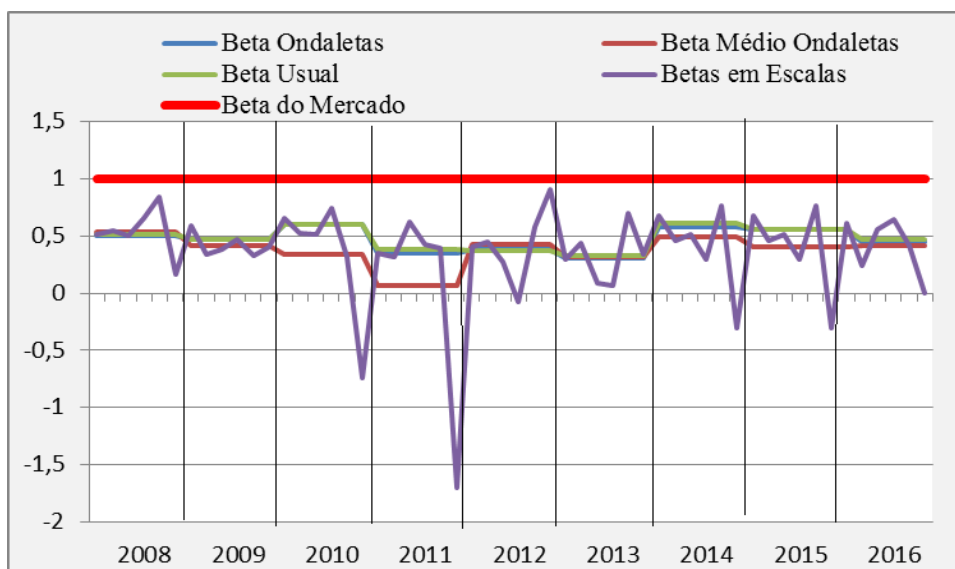
Da amostra analisada, a AMBEV é a única empresa que pertence ao segmento de cervejas e refrigerantes. A análise dos betas das ações da Ambev revela que essas

apresentam uma postura mais defensiva em relação<sup>9</sup> ao mercado. Como se observa no Gráfico 01, os betas estimados através dos diferentes métodos auferiram resultados inferiores a 1, sendo uma ação com menor risco sistemático e assim, o que se espera é que proporcione menores retornos, de acordo com o CAPM.

Como mostra o Gráfico, os resultados estimados através do beta calculado pelo método usual e do beta ondaletas foram bem próximos. Já o beta médio ondaletas apresentou resultados bem abaixo do que foi obtido pelas outras metodologias (exceto algumas medidas do cálculo em escalas, que em alguns períodos chegou a ser negativo). Com isso, se um investidor analisasse somente o beta médio ondaletas iria exigir uma taxa de retorno menor que exigiria caso usasse o risco sistemático obtido pelas outras duas metodologias especificadas, pois segundo o *CAPM*, quanto maior o risco, maior o retorno exigido.

É possível visualizar através do gráfico que no ano de 2012 o risco sistemático obtido por beta médio ondaletas foi bem próximo de zero, indicando assim que nesse período as ações da Ambev “apresentaram um risco não relevante, um risco próximo da taxa livre de risco” (ROSS, 2003).

**GRÁFICO 01:** Riscos sistemáticos das ações da Ambev.



Fonte: Elaboração própria com dados coletados na pesquisa

Na análise dos betas variando em escalas, percebe-se que em cinco dos períodos analisados o risco sistemático obtido apresentou valores negativos, sendo que maior parte deles estiveram localizados na sexta escala temporal. Betas negativos são atípicos

<sup>9</sup> De acordo com Brigham *et al.* (2006), o ativo pode ser classificado de acordo com seu beta. Se  $\beta > 1$ , diz-se que o ativo é agressivo, se  $\beta \cong 1$ , diz-se que o ativo é moderado, se  $\beta < 1$ , diz-se que o ativo é conservador

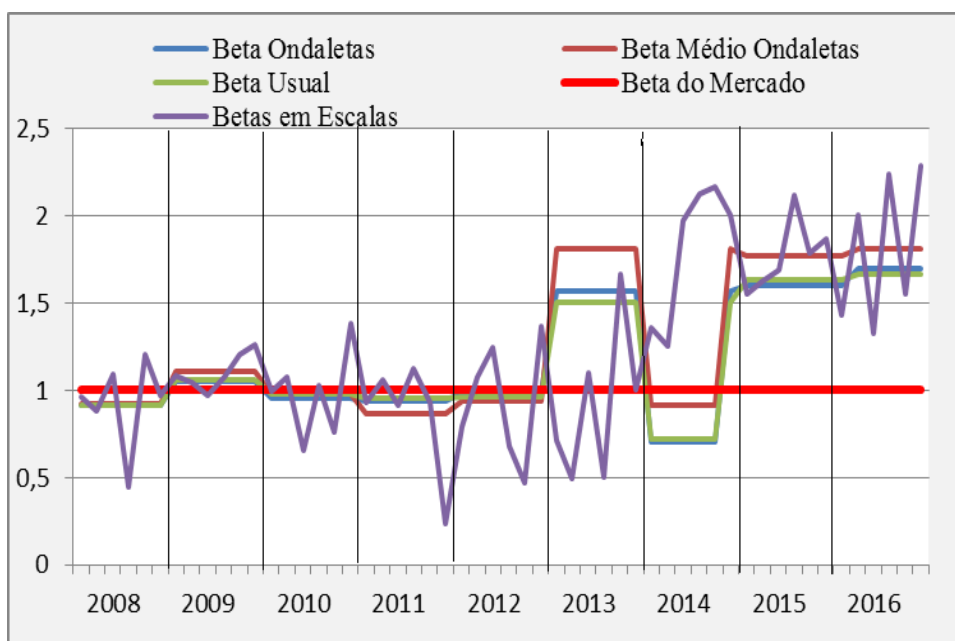
na literatura financeira, mas ”apesar de a grande maioria das ações terem beta positivo, é possível ter retornos que covariam negativamente com o mercado” (BERK, DERMAZO e HARFORD, 2010, p. 403).

#### 4.2.2 Betas das ações do Banco do Brasil, Bradesco, Itaú Unibanco e Itausa

O segmento bancos pertence ao ‘Setor Financeiro e outros’, na classificação da B3 (Brasil, Bolsa, Balcão), e é representado na amostra por papéis de quatro empresas: Banco do Brasil, Bradesco, Itaú Unibanco e Itausa. Segundo Damodaran (2007), “o beta é determinado pelo setor de atuação da empresa, grau de alavancagem operacional e grau de alavancagem financeira da empresa”. Percebe-se que essas empresas pertencem ao setor cíclico, setor sensível às oscilações da economia. Assim, o que se espera é que quanto mais sensível for um setor em relação às condições gerais da economia, mais elevado será o beta.

O comportamento dos betas estimados dos papéis do Banco do Brasil pode ser visualizado no Gráfico 02:

**GRÁFICO 02:** Risco sistemático das ações do Banco do Brasil.



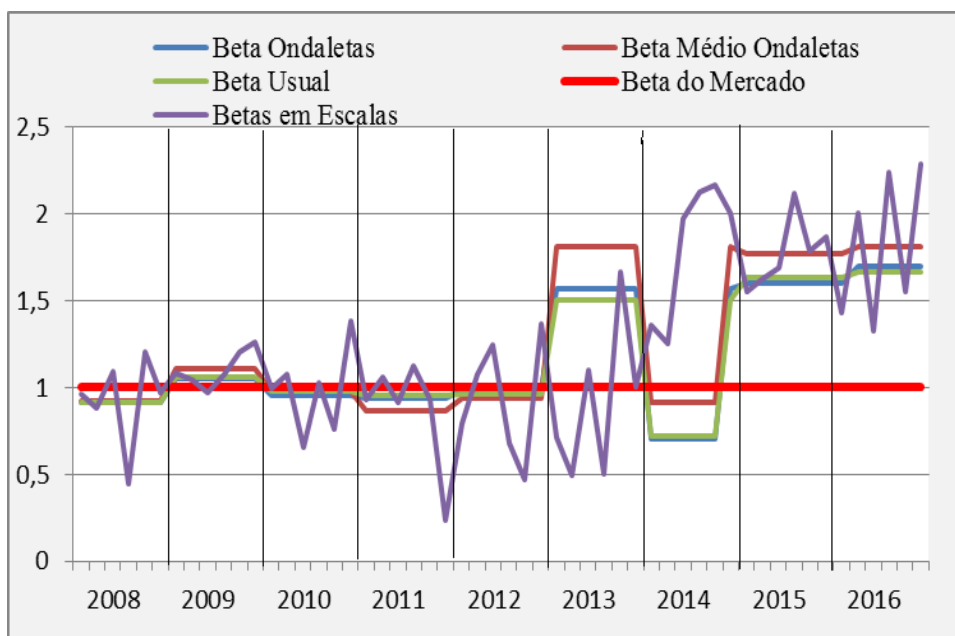
**Fonte:** Elaboração própria com dados coletados na pesquisa

Conforme se observa, durante o ano de 2008 os papéis do Banco do Brasil apresentaram risco sistemático abaixo do risco do mercado. Em 2009 o risco esteve mais elevado que o mercado. De 2010 a 2012 o risco esteve bem próximo ao risco do

mercado, sendo que em 2008 e 2010 a 2012, os riscos que estiveram acima do risco de mercado foi verificado em algumas escalas temporais, comportamento que pode ser visualizado pela linha do beta em escalas no gráfico. Em 2013, novamente esse comportamento do risco sistemático mudou, ficando mais elevado que o risco de mercado, sendo que somente em escalas temporais são observados riscos sistemáticos menores, mas verifica-se que esse comportamento ocorreu somente em alguns períodos. Em 2014 o risco sistemático ficou menor para quase todas as estimações e em 2015 o ativo apresentou-se mais agressivo, apresentando assim risco sistemático superior ao do mercado, se mantendo assim em 2016, conforme demonstrado pelo beta calculado pelos diversos métodos.

O risco sistemático das ações do Bradesco está representado no Gráfico 03, a seguir. Percebe-se que, similarmente aos resultados obtidos para o Banco do Brasil, os ativos apresentaram risco sistemático próximo ao do mercado até 2012, assumindo uma postura mais agressiva de 2013 a 2016 (exceto 2014). Assim, o investidor esperaria maior retorno mediante o aumento do beta nesses períodos, comportamento verificado pelos riscos sistemáticos calculados pelo método usual, por ondaletas e mesmo por ondaletas médio.

**GRÁFICO 03:** Risco sistemático das ações do Bradesco.

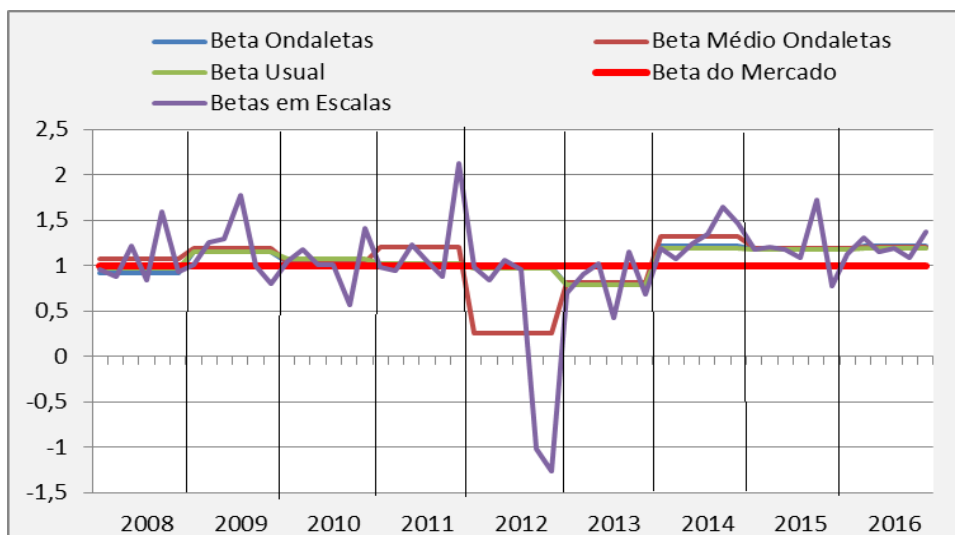


**Fonte:** Elaboração própria com dados coletados na pesquisa.

Os betas dos papéis do Itaú Unibanco estão exibidos no Gráfico 04. Verifica-se que os ativos dessa instituição estiveram em maior período de tempo mais arriscados que o mercado, sendo que somente no ano de 2012, quando medido pelo beta médio

ondaletas, obteve um beta próximo de zero, apresentando assim um risco sistemático próximo da taxa livre de risco. É possível verificar também que os riscos sistemáticos estimados por ondaletas e pelo método usual obtiveram resultados bem próximos, com exceção do ano de 2012 em que o beta médio ondaletas e o beta em escalas obteve um menor risco que os demais betas. Os resultados obtidos nas escalas temporais confirmam o comportamento dos ativos mediante o seu risco sistemático.

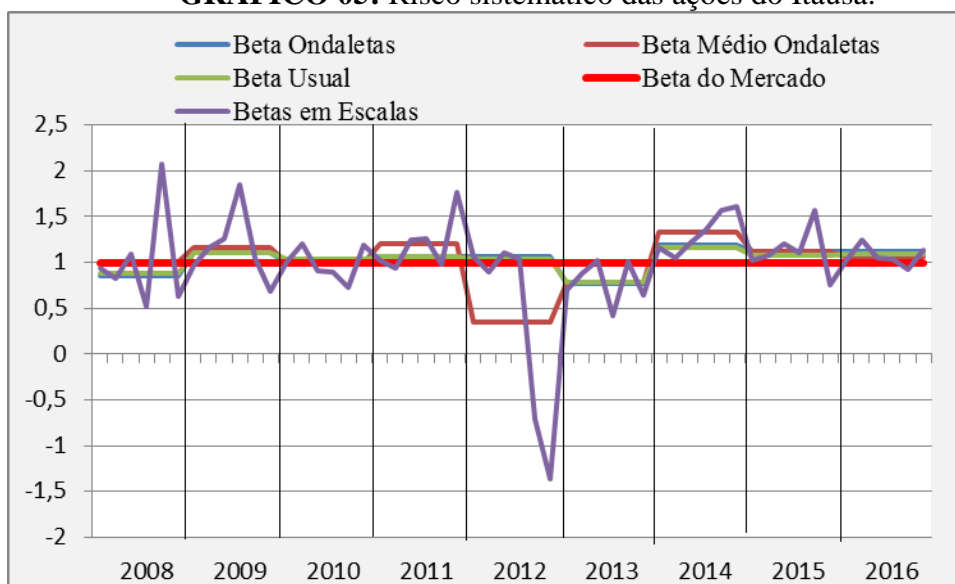
**GRÁFICO 04:** Risco sistemático das ações do Itaú Unibanco.



**Fonte:** Elaboração própria com dados coletados na pesquisa.

A análise dos betas da Itausa revela que as ações da empresa apresentaram um comportamento diferente dos papéis das demais empresas desse segmento, constantes da amostra. Como se nota, o beta se elevou em 2014 e, após esse período, manteve-se estável, com um risco bem próximo ao do mercado (GRÁFICO 05).

**GRÁFICO 05:** Risco sistemático das ações do Itausa.



**Fonte:** Elaboração própria com dados coletados na pesquisa.

Já na análise dos coeficientes em escalas, percebe-se que em 2012 o ativo se comportou em direção oposta ao mercado (beta negativo), mas conforme discutido na literatura, percebe-se que esse comportamento é ocasional. Nota-se que nas análises dos riscos sistemáticos anualizados, os resultados obtidos entre a estimação por ondaletas e de maneira usual ficaram próximos, exceto no ano de 2012, em que o beta médio ondaletas revelou um risco sistemático menor que o beta usual e o beta ondaletas por limiares.

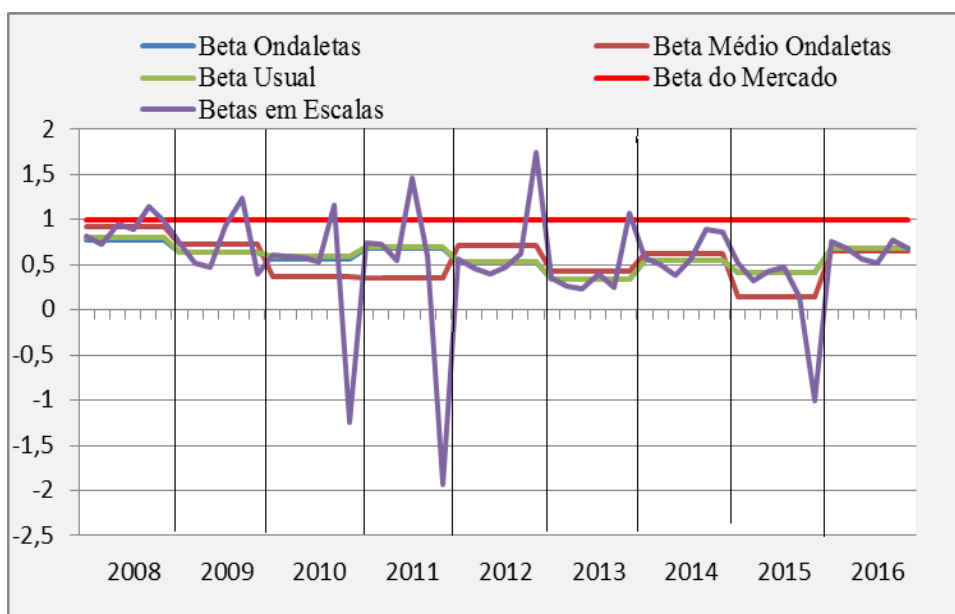
Na análise conjunta desse setor, é possível verificar que todos os ativos das empresas da amostra tiveram seus betas elevados a partir do ano de 2014. Esse desempenho pode ter sido influenciado pela crise política e econômica iniciada no país, que levou a medidas monetárias restritivas e redução do PIB (IBGE, 2018).

#### 4.2.3 Betas da empresa BRF e JBS

As empresas BRF e JBS pertencem ao segmento carnes e derivados, que é integrante do setor de consumo não-cíclico. Esse setor é não correlacionado com a economia, assim, mudanças econômicas quase não interferem nos ganhos dessas empresas. É de esperar que ativos de empresas desse setor possuam betas mais defensivos ( $< 1$ ).

Os betas dos papéis da BRF estão representados no Gráfico 06 a seguir:

**GRÁFICO 06:** Risco sistemático das ações da BRF



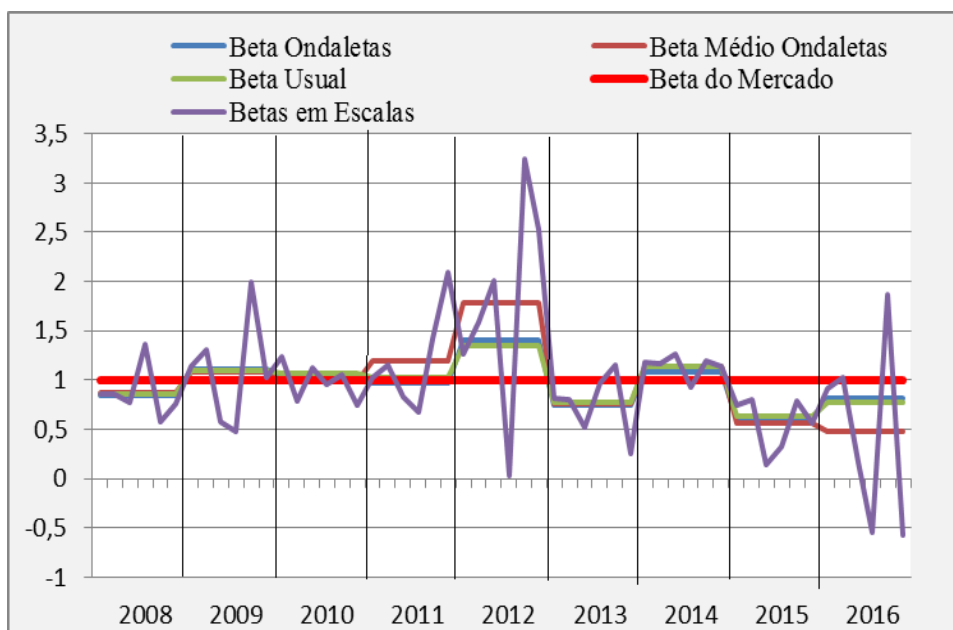
Fonte: Elaboração própria com dados coletados na pesquisa.

Nota-se que o risco sistemático dos ativos da empresa BRF foi menor que o mercado, conforme esperado para o setor não-cíclico. Na análise dos betas variando em escalas temporais, nota-se também que na maioria do período analisado o comportamento do risco sistemático esteve abaixo do risco do mercado. Os betas por filtragem ondaletas e de maneira usual obtiveram um comportamento próximo. Já o beta médio das escalas atingiu um risco menor.

A empresa JBS teve prejuízo em 2011, e em 2012 a avicultura brasileira enfrentou uma grave crise. Embora a empresa esteja em um setor não-cíclico, esses fatores elevaram o risco sistemático da empresa, calculado pelas diversas modalidades de betas. Os resultados do risco sistemático estão representados no Gráfico 07.

Os papéis da JBS foram os mais voláteis da amostra deste estudo. A “volatilidade é a propensão de o retorno de uma ação se desviar de sua expectativa. Por essa razão, seu valor pode ser utilizado para aproximar o preço de risco” (TAPIERO, 2010).

**GRÁFICO 07:** Risco sistemático das ações da JBS.



Fonte: Elaboração própria com dados coletados na pesquisa.

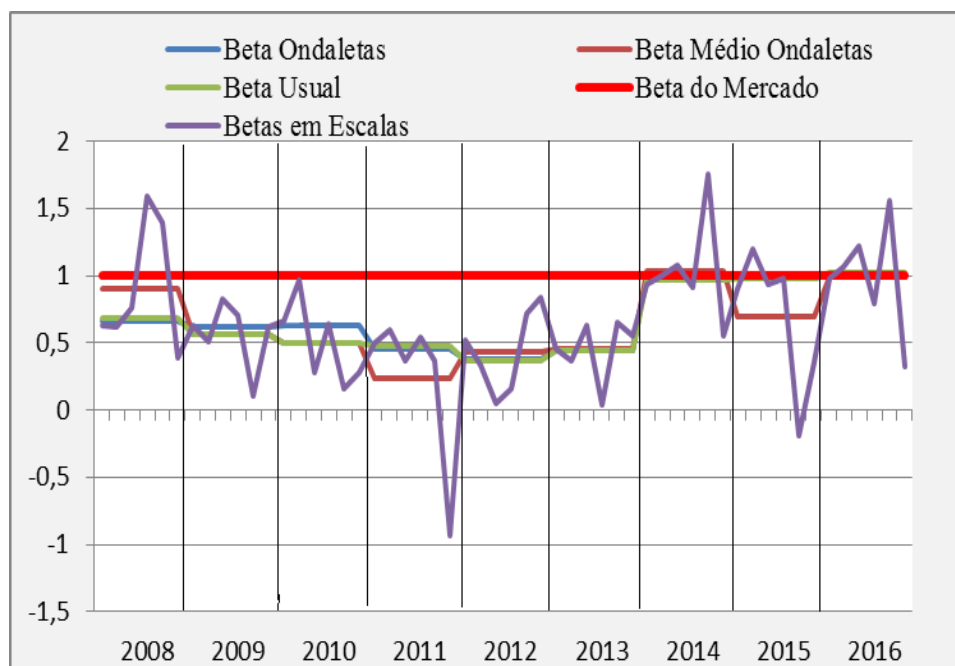
#### 4.2.4 Betas das ações da CCR

A empresa CCR pertence ao segmento de exploração de rodovias. O risco sistemático das ações da empresa esteve abaixo do risco de mercado na maioria dos períodos analisados. Somente nos anos de 2014 e 2016 que o risco esteve próximo ao risco de mercado. Percebe-se que em quase todos os métodos de cálculo de betas estimados o comportamento foi semelhante, somente o beta em escalas que em algumas escalas temporais calculou um risco mais elevado que o mercado. Na maior parte do



tempo, as ações da CCR comportaram-se de maneira menos arriscada que o mercado (GRÁFICO 08).

**GRÁFICO 08:** Risco sistemático das ações da CCR.

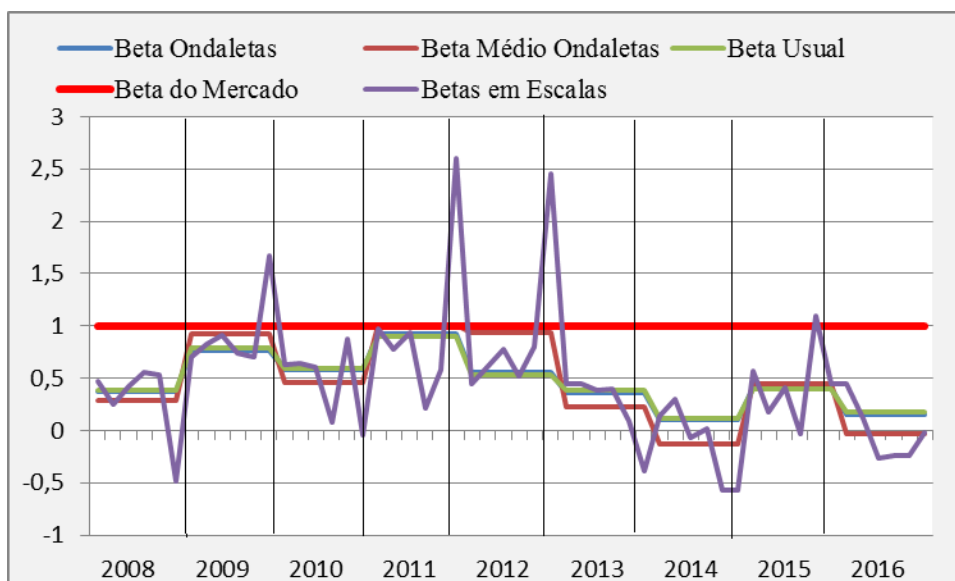


Fonte: Elaboração própria com dados coletados na pesquisa.

Na análise dos coeficientes em escalas percebe-se que o risco sistemático esteve mais elevado que o mercado em períodos dos anos de 2008, 2014, 2015 e 2016, resultado não captado quando se analisam os betas anuais. Mas mesmo nessa modalidade de cálculo, na maior parte dos períodos o risco sistemático dos papéis se manteve abaixo da linha de risco do mercado.

#### 4.2.5 Betas das ações da Embraer

A empresa Embraer pertence ao segmento de material aeronáutico e de defesa. Os betas obtidos pelos cálculos usual, ondaletas e médio ondaletas mostram que os ativos da empresa estiveram com uma posição mais defensiva que o mercado durante o período analisado. Na comparação dos betas das ações da empresa, nota-se que os riscos sistemáticos anuais estiveram com valores que se aproximaram, exceto o beta médio das escalas, em que na maioria dos períodos esteve menor que os outros betas estimados. A análise do beta em escalas mostra que em alguns períodos dos anos de 2009, 2012, 2013 e 2015, o risco sistemático esteve acima do risco de mercado, mas percebe-se que esse comportamento foi eventual (GRÁFICO 09).

**GRÁFICO 09:** Risco sistemático das ações da Embraer.

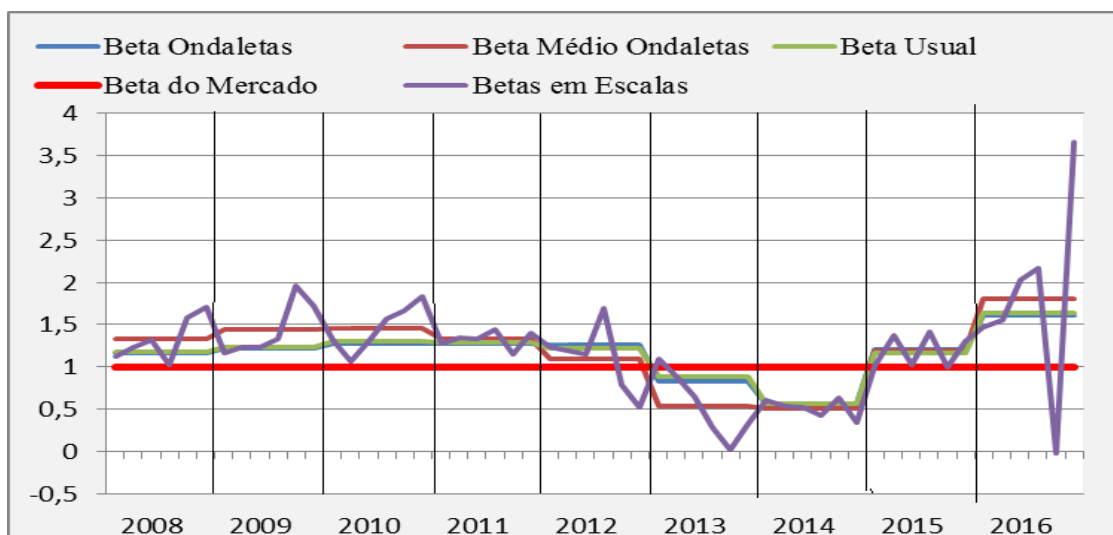
Fonte: Elaboração própria com dados coletados na pesquisa.

#### 4.2.6 Betas da empresa Gerdau

A empresa Gerdau pertence ao segmento de siderurgia, que é influenciado por mudanças macroeconômicas, sendo assim considerado pertencente ao setor cíclico.

Verifica-se no Gráfico 10 que os ativos da empresa foram agressivos na maior parte do período, com valores próximos entre os betas usual, em ondaletas e médio ondaletas. Somente nos anos de 2013 e 2014 os ativos estiveram defensivos, passando a apresentar em 2015 e 2016 betas mais elevados que os dos períodos anteriores.

Uma possível explicação para a elevação do risco sistemático da empresa em 2016 pode ser relacionada à operação Zelote, deflagrada pela Polícia Federal em 2015, e teve como alvo a Gerdau no ano de 2016.

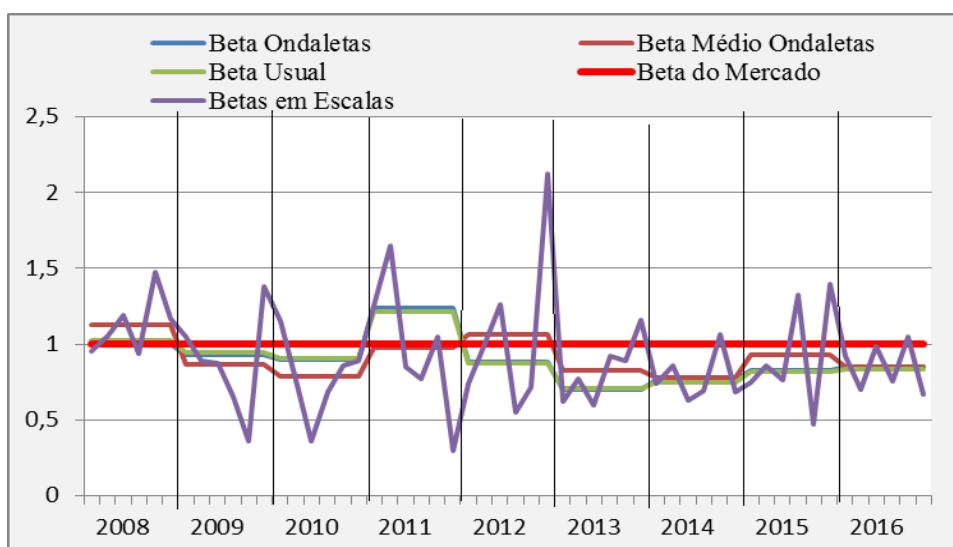
**GRÁFICO 10:** Risco sistemático das ações da Gerdau.

Fonte: Elaboração própria com dados coletados na pesquisa.

#### 4.2.7 Betas das ações das Lojas Renner

Os betas dos ativos das Lojas Renner encontram-se representados no Gráfico 11. Nota-se um comportamento bastante instável do risco sistemático, principalmente na análise dos coeficientes em escalas temporais, mas pode-se notar que os papéis apresentam uma postura mais defensiva que o mercado, pois os seus riscos sistemáticos estiveram em quase todo o período analisado abaixo do risco do mercado.

**GRÁFICO 11:** Risco sistemático das ações das Lojas Renner.



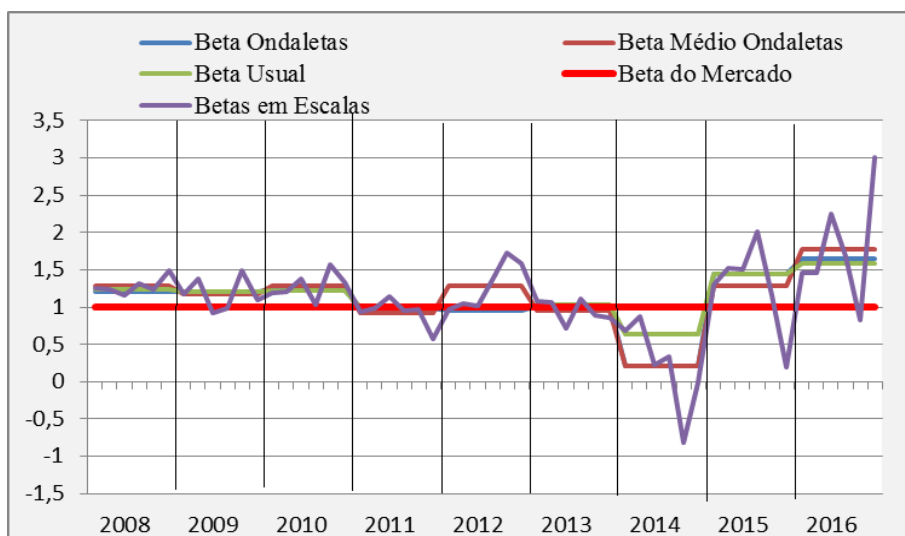
Fonte: Elaboração própria com dados coletados na pesquisa.

#### 4.2.8 Betas das ações da Vale

A Vale é do segmento de materiais metálicos e pertence ao setor de materiais básicos, que é dependente da economia em suas atividades operacionais, pois fornece matérias-primas para outras empresas, sendo assim, considerado cíclico. Empresas que pertencem ao setor cíclico geralmente possuem maiores riscos. Assim, há de se esperar o comportamento do beta mais elevado que o mercado ( $\beta > 1$ ), resultado retratado no Gráfico 12.

O gráfico revela que na maioria do período analisado o risco sistemático da empresa foi mais agressivo que o risco de mercado. Esse resultado não é válido somente para o ano de 2014, em que o beta foi mais defensivo.

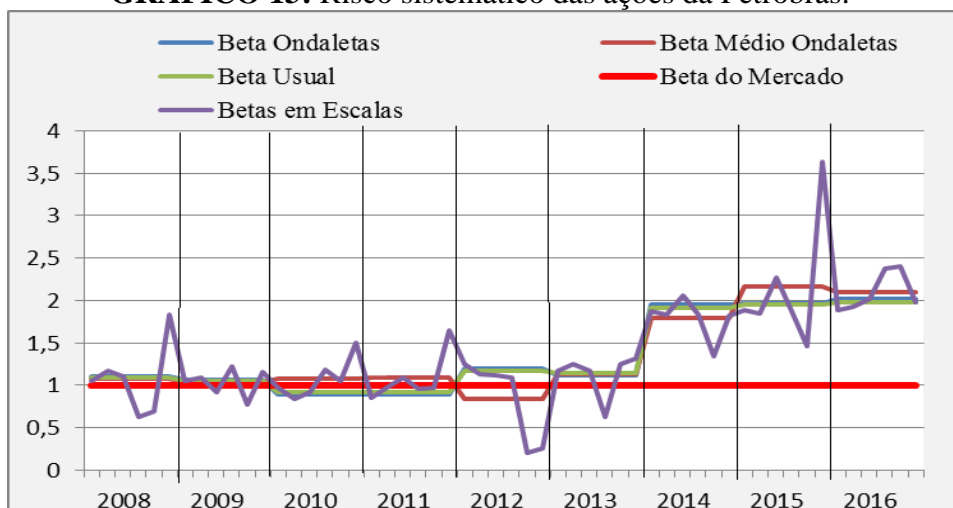
Percebe-se pela análise do gráfico que a partir de 2015 o beta foi mais elevado que nos períodos anteriores, resultado que pode estar associado à tragédia da Barragem de Mariana, em 2015, ocasionada por umas das empresas controladas pela Vale, a Samarco, fazendo com que as ações da Vale despencassem.

**GRÁFICO 12:** Risco sistemático da empresa Vale.

Fonte: Elaboração própria com dados coletados na pesquisa.

#### 4.2.9 Betas das ações da Petrobrás

A Petrobras atua no segmento de exploração, refino e distribuição. Até o ano de 2013 os ativos da empresa apresentaram um beta com tendência mais estável, com risco bem próximo ao do mercado. A partir do ano de 2014 houve um aumento no risco sistemático dos papéis da empresa, sendo que através dos coeficientes em escalas percebe-se que esse risco chegou a ser 3,6 vezes maior que o risco de mercado. Esse comportamento é observado nas diversas modalidades de cálculo dos betas. Em 2014, a Polícia Federal deflagrou a Operação Lava Jato, sendo a Petrobras réu nessa operação. Essa notícia impactou os negócios e elevou os riscos dos ativos da organização, conforme refletido no Gráfico 13. No meio jornalístico, “o escândalo da Petrobras é considerado o segundo maior do mundo” (JORNAL ESTADÃO, 2016).

**GRÁFICO 13:** Risco sistemático das ações da Petrobrás.

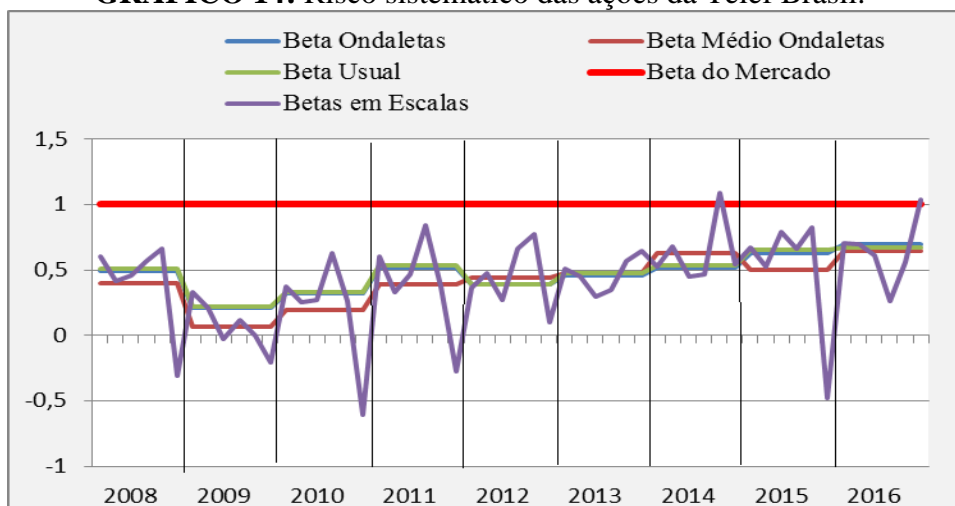
Fonte: Elaboração própria com dados coletados na pesquisa.

#### 4.2.10 Betas das ações da Telef Brasil

A Telef Brasil é uma empresa do segmento de telecomunicações. Nota-se pelo Gráfico 14 que o perfil do risco sistemático das ações da empresa é defensivo e que os cálculos dos betas usual, por ondaletas e ondaletas médios são próximos, principalmente os dois primeiros métodos.

Esse resultado revela que os retornos esperados pelas ações da empresa são inferiores ao retorno do mercado, pois seu risco sistemático é menor que o risco do mercado. É possível notar que o coeficiente do risco em escalas temporais revelou betas negativos na maioria dos períodos analisados, sendo que em cada ano em algum momento o risco foi negativo. Esse comportamento defensivo reflete a rentabilidade da empresa, que na maioria dos períodos esteve com lucros crescentes. De acordo com Ross, Westerfield & Jaffe (2002) a natureza das receitas determina os betas da empresa.

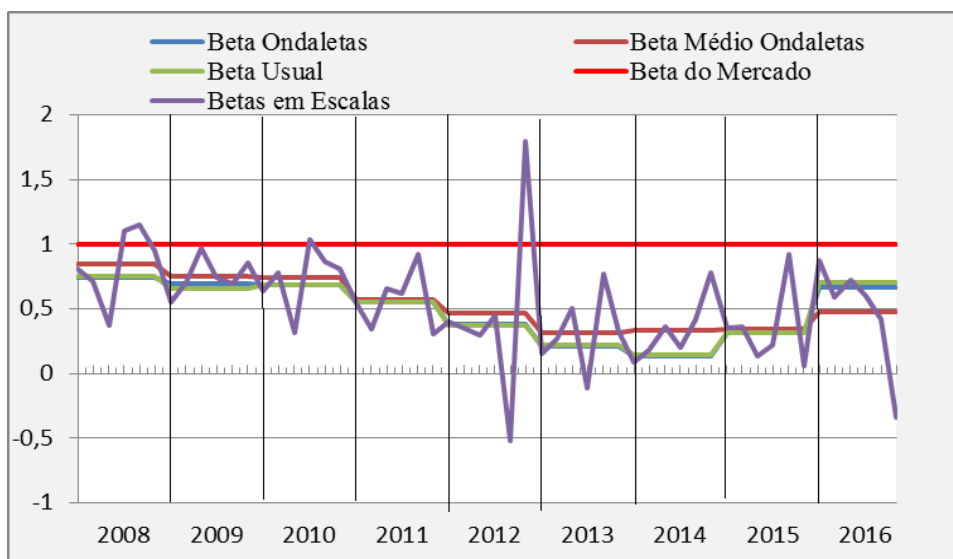
**GRÁFICO 14:** Risco sistemático das ações da Telef Brasil.



Fonte: Elaboração própria com dados coletados na pesquisa

#### 4.2.11 Betas das ações da Weg

A Weg é uma empresa do segmento de mecânica e metalurgia. A análise do risco sistemático representado pelo Gráfico 15 revela um resultado similar ao da Telef Brasil. A empresa apresentou risco menor que o mercado em quase todo o período analisado, de acordo com os cálculos pelos métodos usual, por ondaletas e ondaletas médio, sendo que os coeficientes em escalas temporais captaram somente em dois períodos um risco mais elevado.

**GRÁFICO 15:** Risco sistemático das ações da Weg.

Fonte: Elaboração própria com dados coletados na pesquisa.

#### 4.2.12 Classificação das empresas em relação ao risco e o retorno

A classificação das empresas em relação aos seus betas estão representadas nas Tabela 02 e 03 a seguir. Na Tabela 02, tem-se a classificação das empresas em relação ao seu risco e retorno, obtidos de maneira usual. Na Tabela 03, tem-se essa relação estimada através das ondaletas. São considerados para classificação de maiores prêmios de mercado somente os resultados positivos. Os resultados estão dispostos em ordem decrescente, de maior para menor risco.

Investidores menos avessos ao risco escolherão investir nas empresas com betas maiores que 1, esperando maximizar as chances de retornos superiores aos do mercado. Já os mais avessos ao risco investirão nas empresas com betas menores que 1, pois preferem se proteger das instabilidades do mercado (ROSS; WESTERFIELD E JAFFE, 2002).

Na análise do risco sistemático estimado de maneira usual (TABELA 2), percebe-se que o ativo da Petrobras foi classificado com o maior risco sistemático da amostra, mas ao analisar os ativos que proporcionaram o maior prêmio de risco de mercado, a empresa não estava classificada entre as seis com maiores prêmios de risco. Nota-se que a Vale, a Gerdau e a JBS estão classificadas como ativos que têm um risco sistemático maior que o mercado, assim o investidor esperaria um maior retorno ao investir nessas empresas, percebe-se que esse resultado se confirma quando analisado os maiores prêmios de risco de mercado, uma vez que essas empresas estão na classificação das seis empresas da amostra com maiores prêmios de risco.

**TABELA 02:** Classificação das empresas em relação ao seu risco e retorno, conforme cálculo do Beta Usual.

<b>Empresas com maiores riscos (<math>\beta &gt; 1</math>)</b>	<b>Empresas com menores riscos (<math>\beta &lt; 1</math>)</b>	<b>Empresas com maiores Prêmios de Risco de Mercado</b>
Petrobras	Telef Brasil	JBS
Gerdau	Ambev	Itausa
Vale	Embraer	Vale
Banco do Brasil	BRF	Embraer
Itaú Unibanco	Weg	BRF
Itausa	CCR	Gerdau
Bradesco	Renner	
JBS		

**Fonte:** Elaboração própria, com dados da pesquisa 2018.

As ações das empresas Embraer e BRF, por sua vez, estão classificadas com menor risco sistemático, assim, os investidores esperariam um retorno menor ao investir nos papéis dessas empresas. Entretanto, nota-se que esses ativos estão classificados entre os que apresentaram maiores retornos, não se comportando conforme o esperado.

Na análise do risco sistemático estimado por ondaletas, os resultados diferem dos estimados de maneira usual. Percebe-se pela Tabela 03 que, na estimação por ondaletas, os ativos das empresas da amostra obtiveram posturas mais defensivas ( $\beta < 1$ ) que os estimados de maneira usual. Os resultados dos prêmios de risco de mercado também diferem dos encontrados de maneira usual. É possível verificar que a estimação por ondaletas proporcionou mais resultados positivos para o prêmio de mercado.

**TABELA 03:** Classificação das empresas em relação ao seu risco e retorno, conforme cálculo do Beta Ondaletas.

<b>Empresas com maiores riscos (<math>\beta &gt; 1</math>)</b>	<b>Empresas com menores riscos (<math>\beta &lt; 1</math>)</b>	<b>Empresas com maiores Prêmios de Risco de Mercado</b>
Vale	JBS	Gerdau
Itaú	Banco do Brasil	Itausa
Gerdau	Renner	JBS
Petrobras	BRF	Embraer
Itausa	CCR	BRF
Bradesco	WEG	Itaú
	Embraer	Banco do Brasil
	Telef	
	Ambev	

**Fonte:** Elaboração própria, com dados da pesquisa 2018.

Na classificação dos betas dos ativos das empresas, no cálculo por ondaletas, a Vale foi a empresa que obteve o ativo com maior risco sistemático, mas quando analisada a classificação das empresas com maiores prêmios de mercado, a Vale não está entre as setes empresas que proporcionaram maiores prêmios de mercado. Nota-se que a JBS, Banco do Brasil, BRF e a Embraer estão classificadas como ativos de menores riscos sistemático da amostra e que proporcionam maiores prêmios de mercado. Os investidores mais avessos ao risco prefeririam investir nesses ativos e teriam expectativas de menores retornos nos seus investimentos, mas os resultados obtidos contrariam essa hipótese. Os resultados indicaram também que as empresas Petrobras e Bradesco estão classificadas como ativos de maiores riscos, mas não estão entre as que os ativos proporcionam maiores retornos aos investidores.

Assim, percebe-se pela análise das tabelas, tanto pelo cálculo do beta usual quanto pelo beta por ondaletas, que a maioria das empresas com ativos com maiores betas não estão classificadas entre os que proporcionaram um maior prêmio de risco, e ainda existem empresas cujos papéis estão classificados com menores riscos sistemáticos e estão classificadas com maiores prêmios de mercado, contrariando o CAPM. Black (1972) concluiu resultados semelhantes ao verificar que carteiras de maior risco não foram remuneradas linearmente conforme o esperado.

#### **4.3 ANÁLISE DA RELAÇÃO ENTRE O RISCO E O RETORNO**

O propósito deste tópico é de analisar o comportamento entre as variáveis risco sistemático, representado pelo coeficiente beta do modelo *CAPM*, e excesso de retorno, de modo a atender o objetivo do estudo, que é o de verificar, através do método de ondaletas, se existe um comportamento linear entre o risco e retorno no mercado brasileiro, no período de 2008 a 2016. Ou seja, se quanto maior o risco, maior será o retorno para os acionistas nesse período, uma das premissas do *CAPM*.

Com o intuito de responder o objetivo geral, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos para a análise da relação entre o risco e o retorno: Verificar se existe a relação linear e positiva entre o risco e o retorno em alguma escala temporal do beta calculado em escalas e verificar se existe a relação linear e positiva entre o risco e o retorno estimados pelas metodologias usual e de ondaletas.

Esta análise é organizada em duas etapas: no primeiro tópico é realizada uma análise da relação entre o risco e o retorno com os coeficientes do risco sistemático e o excesso de retorno em escalas temporais, com emprego do método de decomposição de



ondaletas, buscando assim verificar se em alguma escala temporal a hipótese da relação linear é verificada. No segundo tópico, é verificada a existência de relação linear entre o risco e o retorno com os coeficientes obtidos anualmente. Para essa análise, será estimado também o beta via ondaletas e o excesso de retorno via ondaletas, ambos obtidos usando limiar (*threshold*) para evitar possíveis ruídos presentes em um sinal da série temporal.

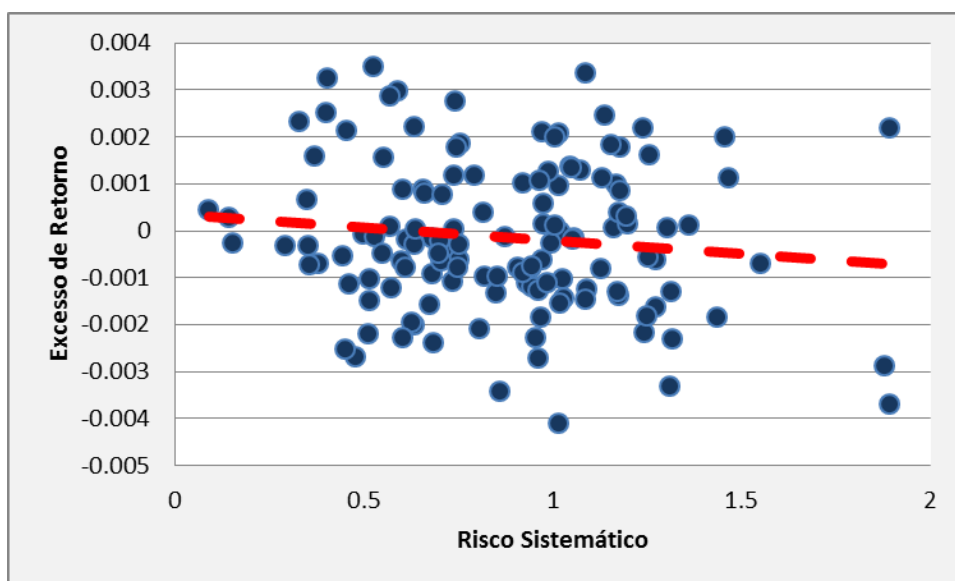
#### **4.3.1 Análise da Relação entre o Risco e o Retorno em Escalas**

A análise do risco e o retorno em escalas foi utilizada por Gençay et.al (2005) nos mercados americanos, alemão e do Reino Unido, Fernandez (2006) estudando o mercado chileno, Rhaeim (2007) no mercado francês, Yamada (2005) no mercado acionário japonês e Bortoluzzo et. al. (2014) no mercado brasileiro, no período de 2004 a 2007.

A relação entre as variáveis excesso de retorno (variável dependente) e o risco sistemático (variável independente), em escalas, está ilustrada nos gráficos de dispersão a seguir. O gráfico de dispersão fornece uma visão preliminar do grau de comportamento entre as variáveis, através dele é possível fazer uma previsão do nível de relacionamento entre as variáveis.

A primeira escala temporal corresponde ao período de 2 a 4 dias. O comportamento das variáveis para a primeira escala temporal pode ser verificado no Gráfico 16, a seguir. Através do gráfico é possível perceber que a inclinação da reta da relação entre o risco e o retorno é negativa, sendo esse resultado não condizente com a hipótese de relação linear e positiva conforme previsto no modelo CAPM.

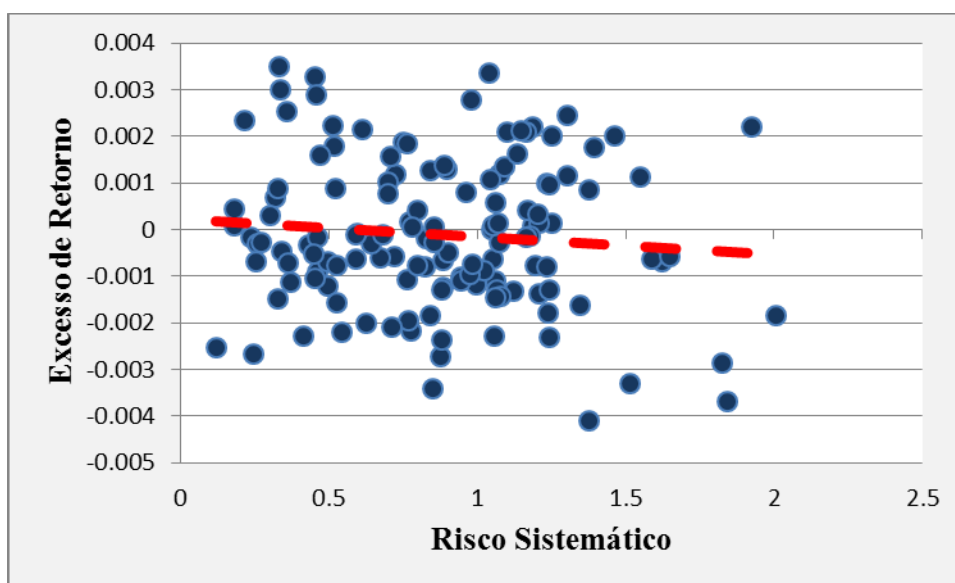
**GRÁFICO 16:** Análise da relação entre o excesso de retorno e risco sistemático na primeira escala: 2 a 4 dias.



**Fonte:** Elaboração própria com dados coletados na pesquisa.

Na segunda escala temporal, o período da escala é de 4 a 8 dias. Nela percebe-se que a inclinação da reta entre o risco e o retorno demonstra que existe um comportamento moderado e negativo entre as variáveis. Assim, pode-se afirmar que na segunda escala também não há uma relação entre o risco e o retorno conforme prevê a hipótese do CAPM. Resultado visualizado no Gráfico 17:

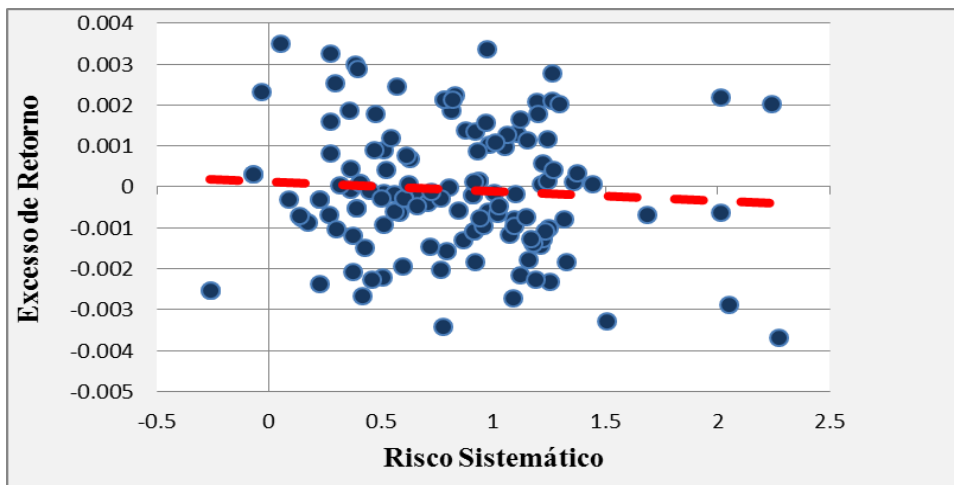
**GRÁFICO 17:** Análise da relação entre o excesso de retorno e risco sistemático na segunda escala: 4 a 8 dias.



**Fonte:** Elaboração própria com dados coletados na pesquisa.

A terceira escala temporal está representada no Gráfico de dispersão 18. Essa escala refere-se ao período de 8 a 16 dias. Pela análise do gráfico, verifica-se que os resultados apontam novamente uma não existência de relação positiva entre o risco e o retorno. Percebe-se a inclinação da reta tendendo à negatividade, ou seja, um aumento no risco levará a uma diminuição no retorno.

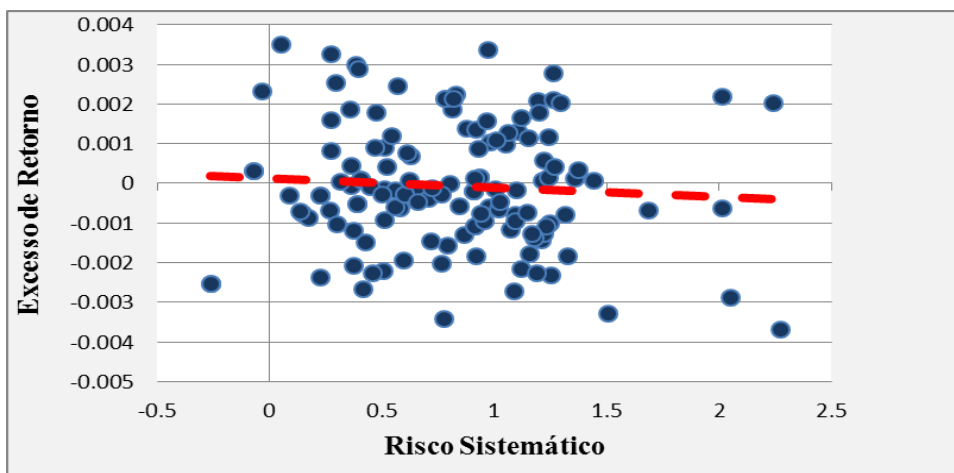
**GRÁFICO 18:** Análise da relação entre o excesso de retorno e risco sistemático na terceira escala: 8 a 16 dias.



**Fonte:** Elaboração própria com dados coletados na pesquisa.

Em relação à quarta escala, ela compreende o período de 16 a 32 dias. Similarmente aos resultados obtidos nas escalas anteriores, verifica-se através do Gráfico 19 que na quarta escala também não é válido o pressuposto de linearidade positiva entre as variáveis risco e retorno.

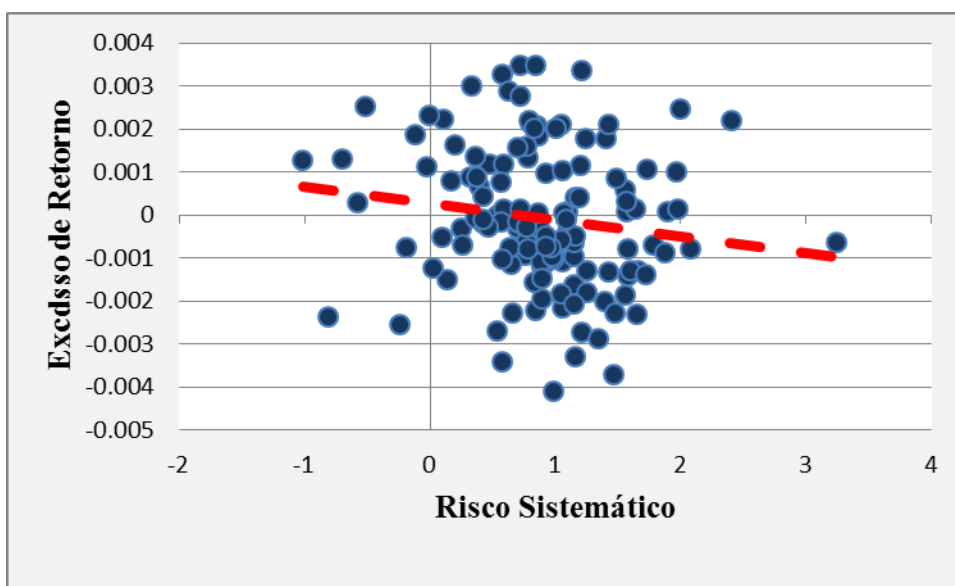
**GRÁFICO 19:** Análise da relação entre o excesso de retorno e risco sistemático na quarta escala: 16 a 32 dias.



**Fonte:** Elaboração própria com dados coletados na pesquisa.

Na análise da quinta escala, representada no Gráfico 20, que compreende o horizonte temporal de 32 a 64 dias, nota-se um comportamento mais negativamente inclinado da reta de ajustes aos pontos, mostrando novamente uma relação inversa entre o risco sistemático e o excesso de retorno.

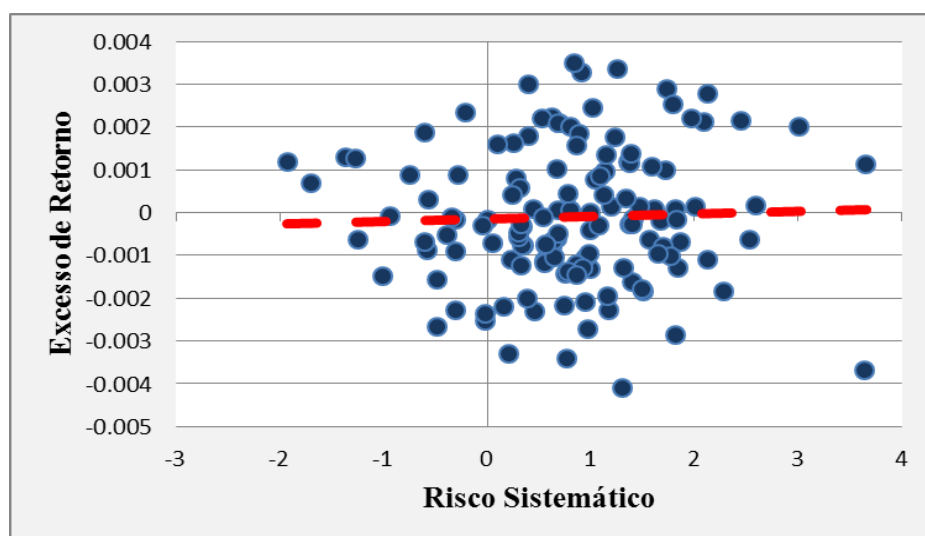
**GRÁFICO 20:** Análise da relação entre o excesso de retorno e risco sistemático na quinta escala: 32 a 64 dias.



**Fonte:** Elaboração própria com dados coletados na pesquisa.

A sexta escala analisada refere-se ao período de 64 a 128 dias. Nessa escala percebe-se que o coeficiente angular da reta tende a ser positivo, ainda que com baixa inclinação, mostrando assim uma relação positiva entre o risco e o retorno, o que é condizente com a hipótese do modelo CAPM. Nota-se que nessa escala o comportamento entre as variáveis difere dos resultados encontrados nas escalas anteriores. Resultado semelhante é encontrado por Rhaeim (2007).

**GRÁFICO 21:** Análise da relação entre o excesso de retorno e risco sistemático na sexta escala: 64 a 128 dias.



**Fonte:** Elaboração própria com dados coletados na pesquisa.

Os resultados estimados da regressão linear entre o risco sistemático e o excesso de retorno para o período de 2008 a 2016 encontram-se na Tabela 04 a seguir.

**TABELA 04:** Regressão em Escalas entre o Excesso de Retorno e o Risco Sistemático de 2008 a 2016 em diferentes escalas temporais.

Escalas	Inclinação	Intercepto	R <sup>2</sup>
1º Escala	-0,0005602 (0,0003965)	0,0003555 (0,0003701)	0,3636
2º Escala	-0,0003810 (0,0003414)	0,0002298 (0,0003029)	0,3385
3º Escala	-0,0002358 (0,0002815)	0,0001214 (0,0002635)	0,2218
4º Escala	-0,0002083 (0,0002605)	0,0000831 (0,0002414)	0,1190
5º Escala	-0,0003880 *** (0,0002204)	0,0002753 (0,0002394)	0,1907
6º Escala	0,0000565 (0,0001433)	-0,0001487 (0,0001781)	0,5153

**Fonte:** Elaboração própria com dados coletados na pesquisa.

Obs.: Erros-padrão entre parênteses.

\*sig < 1%, \*\*sig < 5%, \*\*\*sig < 10%.

Através dos resultados obtidos pela regressão verifica-se que, em todas as escalas analisadas, o intercepto da regressão não foi significativo até o nível de 10%, o que indica que esse coeficiente pode ser zero. Essa constatação é concordante com a teoria do CAPM, que considera nulo o intercepto da regressão, pois “quando a carteira de mercado é eficiente, todos os grupos de ações se encontram sobre a linha de mercado de títulos e têm um intercepto igual a zero” (BERK; DERMARZO, 2010).

Verificou-se que a inclinação da reta de regressão é negativa em quase todas as escalas, exceto na sexta escala. E que os coeficientes de inclinação são estatisticamente iguais a zero em quase todas as escalas analisadas, com exceção somente da quinta escala, ao considerar um nível de significância de 10%, ainda assim com inclinação negativa. Esses resultados violam as hipóteses do modelo *CAPM*, pois segundo o modelo, o prêmio de mercado, representado pela inclinação, deverá ser positivo e estaticamente diferente de zero.

Considerados os coeficientes beta estimados, os que melhor representam o risco dos ativos são os calculados nas escalas mais altas. Como se observa, nessas escalas a declividade negativa diminui, tendendo a uma baixa declividade negativa (exceto a quinta escala) e mesmo a uma declividade positiva (sexta escala).

O coeficiente de determinação ou  $R^2$  é interpretado como a proporção de variação total da variável dependente que é explicada pela variação da variável independente, e é um dos indicadores de eficiência da regressão (PELLI, 2003). Esse coeficiente varia entre 0 e 1, sendo que quanto mais próximo de 1, melhor o ajuste do modelo. Percebe-se que o maior coeficiente de determinação estimado foi obtido na sexta escala temporal. Na primeira e segunda escala foi possível verificar maior coeficiente de determinação que os da terceira, quarta e quinta escalas.

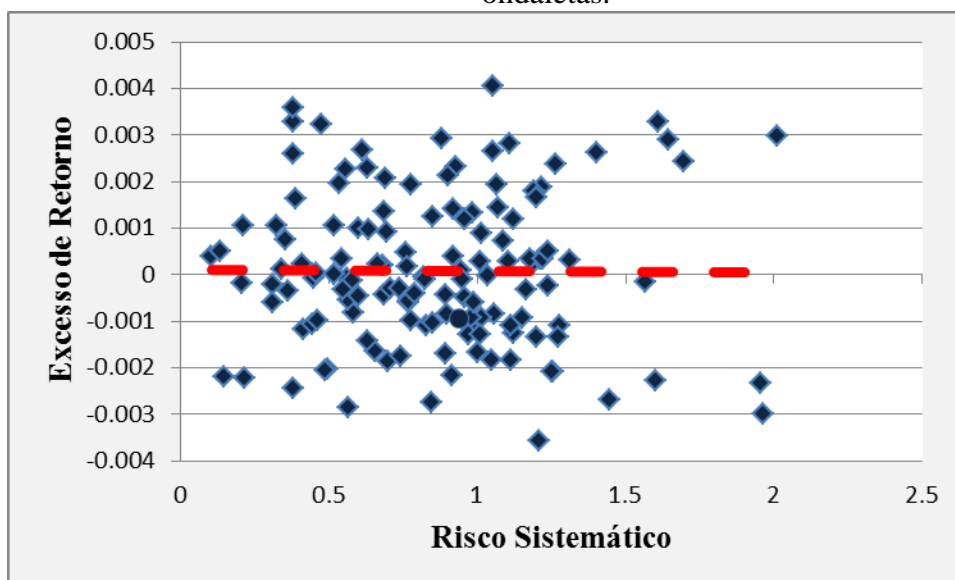
Diante dos resultados estimados na análise de regressão do modelo, pode-se concluir que os resultados não revelam evidência de relação entre o risco e o retorno, conforme esperado pelo modelo *CAPM*. Os resultados alcançados nessa análise corroboram com os obtidos por Bortoluzzo et al. (2014), que estudou a análise da relação entre o risco e o retorno em escalas temporais para o período de 2004 a 2007, e não encontrou evidências da relação entre as variáveis, diferentemente do previsto pelo modelo *CAPM*.

### 4.3.2 Análise da Relação entre o Risco e o Retorno com os Coeficientes Anuais

A análise entre risco e retorno através dos coeficientes anuais foi realizada de três maneiras, com o objetivo de verificar se em alguma das estimações essa relação se comporta conforme a premissa do CAPM. Na primeira regressão, foi estimado o risco sistemático e o excesso de retorno utilizando o método de filtragem ondaletas. A segunda estimação foi realizada utilizando o risco sistemático médio das escalas temporais e o excesso de retorno estimado utilizando o filtro ondaletas. Na terceira regressão adotou-se o método convencional, estimando assim o beta via regressão usual e o excesso de retorno usual.

Para realizar essas análises, foram elaborados três gráficos, de modo a visualizar previamente o comportamento das variáveis risco e retorno. No primeiro Gráfico 22, tem-se como variável dependente o excesso de retorno estimado por ondaletas e como variável independente o risco sistemático estimado por ondaletas.

**GRÁFICO 22:** Análise da relação entre o excesso de retorno ondaletas e beta ondaletas.

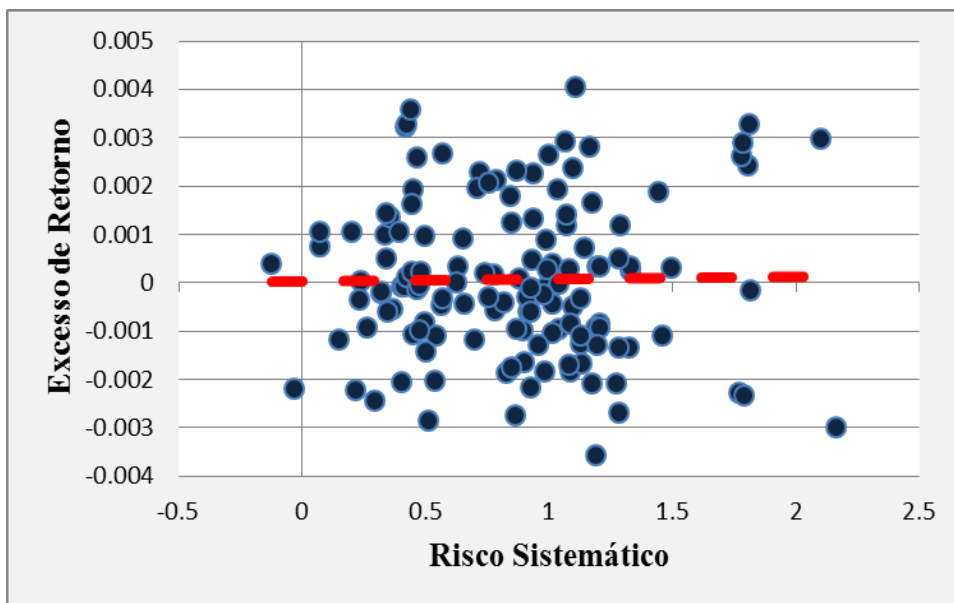


**Fonte:** Elaboração própria com dados coletados na pesquisa.

Nota-se através do Gráfico 22 que a hipótese de relação linear e positiva entre o risco sistemático e o retorno não pode ser confirmada, pois a inclinação da reta entre as variáveis tende a ser próxima de zero, comportamento que difere do previsto no CAPM.

O segundo gráfico estimado para a análise é o Gráfico 23. Nele tem-se como variável dependente o excesso de retorno estimado por ondaletas e a variável independente o risco sistemático médio por escalas, estimado por ondaletas.

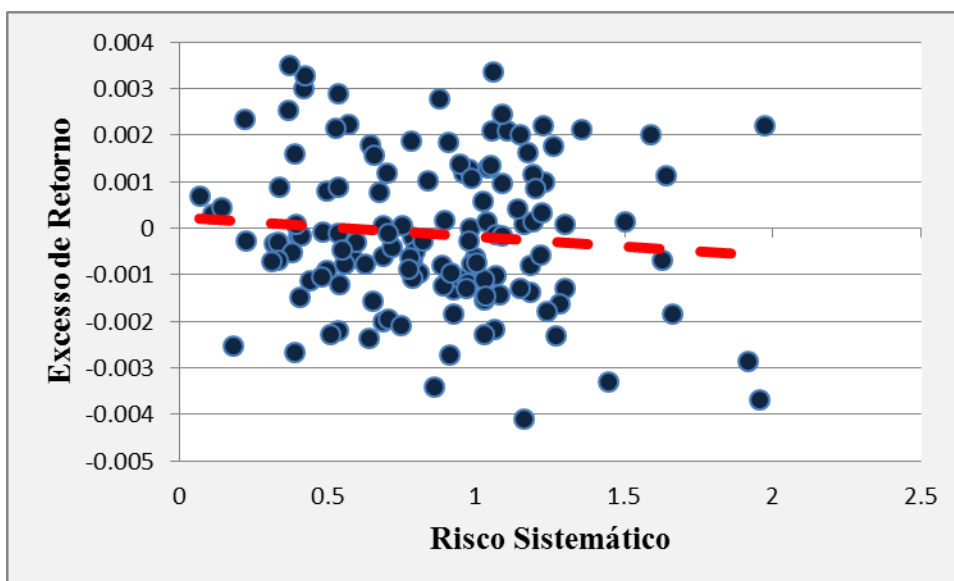
**GRÁFICO 23:** Análise da relação entre o excesso de retorno ondaletas e beta médio ondaletas.



**Fonte:** Elaboração própria com dados coletados na pesquisa.

O Gráfico 24, seguinte, mostra que, a relação que tem como variável dependente o excesso de retorno, estimado da maneira convencional, e variável independente o risco sistemático, estimado por regressão simples entre o retorno do ativo e o retorno do mercado, apresenta um comportamento com inclinação negativa entre as variáveis risco e retorno. Esse resultado obtido na estimação da regressão utilizando os coeficientes obtidos de maneira usual confirma os estudos de Black (1972), que conclui que a relação risco-retorno não se apresenta da maneira como defende o Modelo CAPM

**GRÁFICO 24:** Análise da relação entre excesso de retorno usual e beta usual.



**Fonte:** Elaboração própria com dados coletados na pesquisa.



A análise dos gráficos de dispersão (Gráficos 22, 23 e 24) apontam para que as variáveis não se comportam conforme previsto pelo modelo CAPM, assim, o risco sistemático não estaria relacionado positiva (e linearmente) com o retorno esperado dos ativos.

. A Tabela 05 expõe os resultados das regressões desenvolvidas para análise das relações, antes visualizadas por meio de gráficos.

**TABELA 05:** Teste de Regressão entre o Excesso de Retorno e o Risco Sistemático em diferentes metodologias de estimação, no período de 2008 a 2016.

Descrição das Variáveis	Inclinação	Intercepto	R <sup>2</sup>
Excesso de Retorno Ondaletas e Beta Ondaletas	-0,0000247 (0,0003645)	0,0000962 (0,0003431)	0,2488
Excesso de Retorno Ondaletas e Beta Médio Ondaletas	0,0000497 (0,000314)	0,0000324 (0,0003029)	0,2604
Excesso de Retorno Usual e Beta Usual	-0,0004192 (0,0003587)	0,0002416 (0,000337)	0,3593

**Fonte:** Fonte: Elaboração própria com dados coletados na pesquisa.

Obs.: Erros-padrão entre parênteses. \*sig < 1%, \*\*sig < 5%, \*\*\*sig. < 10%.

Analisando os dados da tabela 04 constata-se que em todos os modelos de teste do *CAPM* o coeficiente do intercepto é não significativo nos níveis de significância analisados. Assim, os resultados obtidos estão alinhados com a hipótese do mercado eficiente, que requer que os interceptos não sejam significativos (BERK; DERMARZO, 2010). Estudos anteriores, como os de Barbosa (2009) e Fellet (2016), ao analisar os interceptos do modelo *CAPM*, também encontraram valores que validam o modelo neste aspecto.

Os valores do coeficiente de inclinação da regressão indicam uma reta de ajuste com inclinação negativa para o modelo que tem como variável dependente o excesso de retorno ondaletas e independente o beta ondaletas, e para o modelo que tem o excesso de retorno usual como variável dependente e o beta usual como variável explicativa. Nesses casos, os resultados apontam para que, quanto maior o risco, menor o retorno, portanto inconsistente com a teoria do *CAPM*, pois “os indivíduos aplicarão em um ativo com risco somente se o seu retorno esperado remunerar o risco incorrido” (DAMODARAN, 2009).

Embora tenha-se obtido um coeficiente de inclinação positivo no segundo modelo de regressão – excesso de retorno ondaletas e beta médio ondaletas –, o coeficiente de inclinação não se mostrou estatisticamente significativo. Sendo assim, não se pode concluir que exista uma relação linear entre o excesso de retorno de mercado e o risco sistemático em nenhuma dessas regressões analisadas. O coeficiente de determinação do modelo ( $R^2$ ) variou entre 0,2488 e 0,3593, sendo mais elevado no modelo com cálculos do retorno e do beta da forma usual.

Os resultados alcançados condizem com os estudos realizados no mercado brasileiro. Dentre eles, Eid Jr. (1996), concluiu que a relação não se comportou conforme o esperado pelo modelo *CAPM*, sendo que o menor risco estava muitas vezes acompanhado de maior retorno, não satisfazendo as hipóteses de linearidade e equilíbrio do modelo. Barbosa (2000) também rejeitou o *CAPM* nos mercados brasileiros. Rogers e Securato (2008), ao testar a efetividade do *CAPM* e de outros modelos de precificação de ativos, concluíram que o *CAPM* não foi efetivo na previsão dos retornos. Bortoluzzo *et al* (2014) que testaram a relação entre o risco e o retorno em escalas temporais, não encontraram resultados que validam o modelo.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O CAPM é um modelo de precificação de ativos financeiros bastante utilizado nas áreas acadêmica e empresarial. Na literatura de finanças modernas, esse modelo é muito discutido. Há estudos cujos resultados validam hipóteses relação risco e retorno prevista pelo modelo, outros as contestam, não havendo consenso nos entendimentos sobre sua validade.

Tendo presentes as discussões que envolvem o modelo CAPM, este estudo teve como objetivo geral analisar, com apoio na metodologia de ondaletas, a existência de relação positiva e linear entre o risco e o retorno, medida pelo CAPM, no mercado brasileiro, no período de 2008 a 2016.

Para buscar atingir o objetivo geral foram definidos objetivos específicos e respectivas hipóteses a serem testadas. O primeiro objetivo específico buscou analisar os coeficientes dos riscos sistemáticos: beta usual, beta médio ondaletas, beta por filtragem ondaletas e beta em escalas temporais. Através da análise verificou-se que os betas anualizados - beta usual, beta médio ondaletas e beta por filtragem ondaletas - obtiveram resultados bem próximos e os betas em escalas temporais captaram resultados não identificados por aqueles. Por exemplo, riscos sistemáticos negativos em algumas escalas temporais para a maioria das empresas da amostra, confirmando assim estudos que apontam que o beta não é estável no tempo.

O segundo objetivo específico foi o de analisar se as empresas com maiores e menores betas foram as que proporcionaram os maiores e menores retornos. Analisaram-se os betas e os prêmios de risco de mercado através das metodologias usual e ondaletas. Na análise das variáveis estimadas de forma usual, ações das de algumas empresas com maiores riscos sistemáticos não foram as que proporcionaram os maiores retornos da amostra. Por outro lado, houve casos de ações de empresas que apresentaram menores riscos sistemáticos, mas estão entre as que proporcionaram os maiores retornos.

Na análise de ações com maiores riscos e retornos por ondaletas, houve ações entre os ativos classificados com maior risco sistemático da amostra, mas não classificadas entre as ações com maior retorno. Já outras ações se apresentaram entre as com menores riscos sistemáticos e maiores retornos. O CAPM é uma relação de equilíbrio, assim, esperava-se que ações com betas mais altos proporcionassem retornos

mais elevados do que ações com betas baixos, pois elas são mais arriscadas, resultado não verificado na análise do beta usual e nem no beta calculado por ondaletas.

De modo a atender ao terceiro objetivo da amostra, que é o de verificar se existe a relação linear e positiva entre o risco e o retorno em alguma escala temporal do beta calculado em escalas, segundo o método de decomposição por ondaletas, foram estimadas regressões em seis escalas temporais.

Os resultados obtidos nas análises das regressões entre o risco e o retorno em escalas temporais revelou que a inclinação da reta de regressão, que representa o prêmio de risco de mercado, se apresentou negativa em quase todas as escalas, exceto em uma delas, mas a regressão não foi estatisticamente significativa. Assim, conclui-se que, na análise do risco e retorno em escalas temporais, a relação não se comportou conforme previsto pelo modelo CAPM. Os resultados levam a refutar a segunda hipótese norteadora do estudo, a qual supõe que existe relação linear e positiva entre o risco calculado por betas em escalas temporais e o retorno.

O quarto objetivo específico buscou verificar se existe relação linear e positiva entre o risco e o retorno estimados pelas metodologias usual e de ondaletas. Para essa análise foram realizadas três regressões que tinham como variável dependente o excesso de retorno estimado por ondaletas e usual e a variável independente o risco sistemático, estimados por ondaletas com limiares, coeficiente médio das escalas ondaletas e obtido de maneira usual.

Na análise da relação entre o risco sistemático e o retorno estimados por filtragem ondaletas, os resultados obtidos revelaram as variáveis risco e retorno negativamente relacionadas, o que contraria o pressuposto do modelo CAPM e refuta assim a hipótese testada.

Na análise da relação linear e positiva entre o risco sistemático médio ondaletas e o retorno estimado por filtragem ondaletas, os resultados revelaram reta de inclinação positiva, porém a regressão não foi significativa. Com esses resultados, a hipótese é refutada.

Na terceira e última análise, da relação entre o risco sistemático calculado por beta usual e o retorno, verificou-se inclinação negativa, não validando assim o CAPM. Esta hipótese foi confirmada no estudo, reiterando resultados de estudos anteriores.

Os testes empíricos revelaram que em nenhuma das análises realizadas houve resultados que permitem validar as hipóteses do modelo CAPM. A relação linear e positiva entre risco e retorno, prevista pelo modelo, não foi verificada na análise por escalas ondaletas, ondaletas usando limiares, beta médio ondaletas e o retorno por limiares ondaletas, nem na análise com betas estimados pelo método usual.

Deste modo, os resultados encontrados não estão em conformidade com o modelo CAPM, para a amostra de ações do mercado brasileiro estudada, no período de 2008 a 2016. Os resultados encontrados nesse estudo contribuem para as discussões sobre o modelo CAPM. Uma contribuição prática do estudo é que os resultados nele encontrados podem ser úteis para investidores em sua tomada de decisão, pois ao observar a análise do risco sistemático em escalas temporais terão uma visão mais ampla das variações dos riscos sistemáticos dos ativos e tomarão decisões mediante essa avaliação detalhada do risco.

Como limitação do trabalho, os resultados não podem ser extrapolados, correspondendo à amostra analisada, embora esses resultados se somam aos de outros estudos desenvolvidos sobre a análise do risco sistemático com uso da metodologia de ondaletas, que oferece uma alternativa à análise convencional.

Assim, como sugestões para estudos futuros, podem-se desenvolver análises com maior número de empresas, buscando verificar se os resultados encontrados com a metodologia utilizada persistem com um maior número maior de observações. Pode-se analisar também se haveria melhora no comportamento da relação entre o risco e o retorno caso se aumentasse o número de períodos, e assim aumentar também o número de escalas temporais na estimação por ondaletas. Outra sugestão é a de construir carteiras com ações preferenciais e ordinárias e verificar se existe a relação entre o risco e o retorno por ondaletas em algumas dessas carteiras.

## 6 REFERÊNCIAS

ASSAF NETO, A. **Finanças corporativas e valor**. 7 ed. São Paulo- SP: Atlas, 2014.

ASSAF NETO, A. **Mercado Financeiro**. São Paulo- SP. 3 ed. Atlas. 2001.

ASSAF NETO, A. **Mercado Financeiro**. 10.ed São Paulo: Editora Atlas S.A., 2011.

ASSAF NETO, A.; LIMA, F.G.; ARAÚJO, A.M.P. **Uma proposta metodológica para o cálculo do custo de capital no Brasil**. R.Admi., São Paulo, v.43, n.1, p.72-83, jan-mar/2008.

ASSAF NETO, Alexandre; LIMA, Fabiano Guasti. **Curso de administração financeira**. 3.ed. São Paulo: Atlas, 2014.

BARBOSA, Sérgio W, **Comparação entre os Modelos *Capital Asset Pricing Model (CAPM)* e *Arbitrage Pricing Theory (APT)***, monografia de conclusão do curso de pós-graduação em gestão estratégica em finanças da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Minas Gerais - FACE/UFMG. 2000.

BARBOSA, Claudio Alan de Melo. **Análise comparativa dos modelos CAPM tradicional e condicional**: um estudo de caso do clube de investimento AIVALE. 2009. 90 f. Dissertação (Mestrado em Teoria econômica; Economia da inovação; Economia regional; Métodos quantitativos) - Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2009.

BANZ, R. W. *The relationship between return and market value of common stocks*. Journal of Financial Economics, v. 9, n. 1, p. 3-18, 1981.

BERK, Jonathan; DEMARZO, Peter; HARFORD; Jarrad. **Fundamentos de Finanças Empresarias**. Tradução: Christiane de Brito Andrei; consultoria, supervisão e revisão técnica desta edição: Adriano Leal Bruni. – Porto Alegre: Bookman, 2010.

BODIE, Z., & MERTON, R. C.; **Finanças**. São Paulo: Bookman, 2002.

BORTOLUZZO, Adriana.; MINARDI, Andre.; PASSOS, Bruno. *Analysis of multiscale risk in Brazil's financial market*. Revista de Administração-RAUSP. São Paulo, v.49, n.2, p.240-250, mai/jun. 2014.

BRASIL, BOLSA, BALCÃO (B3). Disponível em <[http://www.bmfbovespa.com.br/pt\\_br/produtos/listados-a-vista-e-derivativos/renda-variavel/empresas-listadas](http://www.bmfbovespa.com.br/pt_br/produtos/listados-a-vista-e-derivativos/renda-variavel/empresas-listadas)> Acesso em 06 de Janeiro de 2018.

BLACK, F. *Capital market equilibrium with restricted borrowing*. Journal of Business, v. 45, p. 444-455, 1972.

BLUME, M.; FRIEND, I. *A new look at the capital asset pricing model*. Journal of Finance, v. 28, n. 1, p. 19-33, 1973.

BREALEY, R. A.; MYERS, S. C. **Princípios de finanças empresariais**. 5. ed. Portugal: McGraw Hill, 1998.

BREALEY, R. A.; MYERS, S. C. **Finanças corporativas: investimento de capital e avaliação**. Porto Alegre:Bookman, 2006.

BRIGHAM, E. F.; EHRHARDT M. C. **Administração financeira: teoria e prática**. São Paulo: Atlas, 2006.

BRIGHAM, Eugene F.; EHRHARDT, Michael C. **Administração financeira: teoria e prática**. 2. ed. São Paulo, SP: Cengage Learning, 2012.

CASTELLANO, Murilo. **Gestão de riscos por meio de derivativos**. São Paulo: Atlas, 2008.

COPELAND, T. E. & WESTON, J. F. *Financial Theory and Corporate Policy*. 3a. ed. EUA: Addison Wiley Publishing Company, 1988.

COSTA JÚNIOR, N. C. A. **Será que beta ainda é válido para explicar as variações nas rentabilidades médias das ações?** In: ENCONTRO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO, 20, 1996, Petrópolis. Anais... Petrópolis: ANPAD, 1996. p. 335-348.

COPELAND, Tom; KOLLER, Tim; MURRIN, Jack. **Avaliação de Empresas: Valuation**. São Paulo: Makron Books, 2000.

DAMODARAN, Aswath. **Avaliação de empresas**. 2. ed. Pearson Prentice Hall, 2007.

DAMODARAN, A. **Avaliação de investimentos: ferramentas e técnicas para a determinação do valor de qualquer ativo**. 2. ed. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2009. 1036 p.

DAMODARAN, A. **Finanças corporativas: teoria e prática**. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2004. 796 p.

DAMODARAN, A. *Investment Valuation: Tools and Techniques for Determining the Value of Any Asset*. 2. ed. New York: John Wiley & Sons, 2002.

DONOHO, D. L., JOHNSTONE, I. M. *Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage*. *Journal of the American Statistical Associatio*. 1995.

DOMINGUES, M. O.; Mendes, O.; KAIBARA, M.K. BERNARDES, E.; Explorando a transformada wavelet contínua. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, vol. 38, nº 3, e3314, 2016. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/rbef/v38n3/1806-1117-rbef-38-03-e3314.pdf>> Acesso em: 02 de fevereiro de 2018.

DUARTE, Diana Margarida Oliveira. **Metodologias para cálculo de tempo de trânsito de pulso**. Dissertação (Mestrado em Gestão de Sistemas de Informação Médica) Escola Superior de Tecnologia e Gestão – Faculdade de Medicina Universidade do Porto. Porto: Universidade do Porto, 2016.

- EID JR., W. Uma investigação empírica sobre a moderna teoria financeira: O caso do mercado brasileiro. Relatório de Pesquisa-NPP, EAESP-FGV, 1996.
- EHLERS, R. S., **Análise de Séries Temporais**. Departamento de Estatística, Universidade Federal do Paraná. 2003.
- ESTRADA, Javier. *The cost of equity in emerging markets: a downside risk approach*. Emerging Marketing Quarterly, New York, v. 3, n. 1, p. 19-30, 2000.
- EVERIT, T. B.S. *The Cambridge dictionary of statistics in the medical the medical sciences*. sciences Cambridge: Cambridge University Press; 1995.
- FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. *Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds*. Journal of Financial Economics, v. 33, Feb, p. 3-56, 1993.
- FAMA, E. F. *Efficient capital markets: a review of theory and empirical work*. The Journal of Finance, v. 25, n. 2, p. 383-417, May, 1970.
- FAMA, E.F. *Efficient capital markets: II*. The Journal of Finance. Cambridge, v. 46, n. 5 p.1575-1618, 1991.
- FAMA, E. F.; FRENCH, Kenneth R. *The Capital Asset Pricing Model: theory and evidence*. Journal of Economic Perspectives, v. 18, nº 3, p. 25-466, 2004.
- FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. *The cross-section of expected stock returns*. Journal of Finance, v. 47, n. 2, p. 427-465, 1992.
- FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. **O Modelo de Precificação de Ativos de Capital: teoria e evidências**. Revista de Administração de Empresas, v.47, n.2, p.103-118, abr/jun, 2007.
- FELLET, Bianca Gabriel. **Avaliação de modelos de precificação de ativos no mercado acionário brasileiro**. Dissertação (Mestrado em Ciências Contábeis)—Programa Multi-institucional e Inter-Regional de Pós-Graduação em Ciências Contábeis, Universidade de Brasília, Universidade Federal da Paraíba, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Brasília, 2016.
- FERNANDEZ, V. *The CAPM and value at risk at different time-scales*. International Review of Financial Analysis, v.15, n.3, p. 203-219. 2006.
- FREUND, J. E.; SIMON, G. A. **Estatística aplicada**. 9. ed. Porto Alegre: Bookman, 2000.
- FROYEN, Richard T. Macroeconomia. São Paulo: 5 ed. São Paulo. Saraiva, 2005.
- GAIO, Luiz Eduardo; **Uma análise comparativa entre os modelos de volatilidade para estimação do Value- Risk**. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo, 2009.
- GENÇAY, R.; Selçuk, F. & Whitcher, B. *An introduction to wavelets and other filtering methods in finance and economics*. New York: Academic Press, 2002.



GENÇAY, R. WHITCHER B.; F. SELÇUK. *Systematic risk and time scales*. Quantitative Finance, v.3, n.2, p. 108-116. 2003.

GENÇAY, R; SELÇUK, F; WHITCHER, B. *Multiscale systematic risk*. *Journal of International Money and Finance*, v.24, n. 1, p. 55-70, 2005.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010. 184p.

GIL, Gilson Takaasi. Aplicação de ondelatas para estimação do CAPM. Monografia (Bacharelado em Economia) Faculdade de Economia e Administração – Instituto de Ensino e Pesquisa. São Paulo: Insper, 2010.

GITMAN, Lawrence Jeffrey; MADURA, Jeff; Maria Lucia G. L. Rosa (Trad.). **Administração Financeira: Uma abordagem Gerencial**. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2003.

HALFELD, Mauro. **Investimentos: como administrar melhor seu dinheiro**. São Paulo: Fundamento Educacional, 2007. 165p.

HARVEY, C. R. *Predictable Risk and Returns in Emerging Markets*. Review of Financial Studies, pp. 773-816. 1995.

HAUGEN, R. *The New Finance: The Case against Efficient Markets*. Englewood Cliffs, NJ; Prentice Hall, 1995.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). Disponível em:

<<https://www.ibge.gov.br/estatisticas-novoportal/economicas/comercio/9075-pesquisa-anual-de-comercio.html?edicao=9076&t=sobre>> Acesso em: 05 de Fevereiro de 2018.

JAGANNATHAN, R.; WANG, Z. *The Conditional CAPM and the cross-section of expected returns*. *Journal of Finance*, v.51, n. p-53, Mar, 1996.

KEYNES, J.M. *The General Theory of Employment, Interest and Money*. The Collected Writings of John Maynard Keynes, vol. VII, Cambridge: Macmillan, 1936.

KAHNEMAN, Daniel; TVERSKY, Amos. *Prospect theory: an analysis of decision under risk*. *Econometrica*, v. 47, n. 2, p. 263-29, mar. 1979.

KOPITTKE, Bruno Hartmut; FREITAS, Sheizi Calheira de. **Considerações acerca do Capital Asset Pricing Model (CAPM) e sua utilização nos dias atuais**. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 21. 2001, Salvador. Anais eletrônicos... Salvador: ENENGEP, 2001.

**JORNAL ESTADÃO**. Disponível em < <http://politica.estadao.com.br/blogs/fausto-macedo/petrobras-e-o-segundo-maior-escandalo-de-corrupcao-do-mundo-aponta-transparencia-internacional>> Acesso em 15 de Abril de 2018.

LINTNER, John. The Valuation of Risk Assets and the Selection of risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. **Review of Economic and Statistics**, Cambridge, v. 47, n. 1, p. 13-37, 1965.

LIMA, Paulo Cupertino de. Wavelets: uma introdução. **Matemática Universitária**, n.33, dez. 2002, p.13-44. Disponível em: <[http://rmu.sbm.org.br/Conteudo/n33/n33\\_Artigo02.pdf](http://rmu.sbm.org.br/Conteudo/n33/n33_Artigo02.pdf)> Acesso em: 02 de fevereiro de 2018.

LIMA, F. G. **Um método de análise e previsão de sucessões cronológicas unidimensionais lineares e não-lineares**. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade. São Paulo. 228 f. Tese (Doutorado em Administração). Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade: Universidade de São Paulo, 2004.

LOPES, L.F.D. **Apostila de Estatística**. 2003. Disponível em: <<http://www.inf.ufsc.br/~vera.carmo/LIVROS/LIVROS/Luis%20Felipe%20Dias%20Lopes.pdf>> Acesso em: 02 de Março de 2018.

MANDALA, G.S. KAJAL, Lahiri, **Introduction to Econometrics**, 4a. Edição, John Wiley & Sons Ltd, UK, 2009.

MARKOWITZ, H.M. **Portfolio selection Journal of Finance**, v.07, p.77-91, march. 1952.

MARKOWITZ, H.M. **Portfolio selection: efficient diversification of investments**. New York: John Wiley & Sons, 1959. 344 p.

MARISCAL, J. O., LEE, R. M. **The Valuation of Mexican Stocks: an Extension of Capital Asset Pricing Model to Emerging Markets**. Goldman Sachs Investment Research. pp. 2-16. Junho, 1993.

MARTINS, G. A.; THEÓPHILO, C. R. **Metodologia da investigação científica para ciências sociais aplicadas**. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2009.

MISITI, M. et al. Wavelet toolbox: for use with Matlab. The Math Works, Inc 1997. Disponível em: <<http://www.mathworks.com>>. Acesso em: 22 junho. 2017.

MODIGLIANI, F.; MILLER, M. H. **The cost of capital, corporation finance and the theory of investment - Reply**. American Economic Review, sept. 1958.

MORETTIN, Pedro Alberto. **Ondas e ondaletas**. São Paulo: Edusp, 1999.

MOSSIN, Jan. Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica*, v. 34, n. 4, p. 768-783, 1966.

O'BRIEN, T. J. **The global CAPM and the firms cost of capital in different currencies**. Journal of Applied Corporate Finance, v. 12, n. 3, 1999.

PELLI NETO, A., Curso de Engenharia de Avaliação Imobiliária – **Fundamentos e Aplicação da Estatística Inferencial**, Belo Horizonte/MG, 2003.

PEREIRO, Luis E. *The valuation of closely-held companies in Latin America*. Center for Entrepreneurship and Business Venturing, Universidad Torcauto Di Tella, Miñones 2177,1428. Buenos Aires Argentina. Emerging Markets Review. 2ed, p. 330-370. Ago. 2001.

PEREIRO, Luis E. *Valuation of Companies in Emerging Markets: A Practical Approach*. Editor: John Wiley & Sons. PubDate: 2002.

ROBERTS, H. *Statistical versus clinical prediction of the stock market*. Unpublished Work presented in the Conference of Securities Price Analysis, Chicago, May 1967.

ROCHA, V. B. **Uma abordagem de wavelets aplicada a combinação de previsões: uma análise teórica e experimental**. Dissertação Mestrado em Ciências. Universidade Federal do Paraná, Paraná, Brasil, 2008.

RODRIGUES, Letícia Lima Milani. **Análise de variância em séries temporais** : uma abordagem usando ondaletas . Tese de doutorado. Universidade Federal de Lavras, 2015.

ROGERS, P.; SECURATO, J. R. **Estudo comparativo no mercado brasileiro do Capital Asset Pricing Model (CAPM) e Modelo 3-Fatores de Fama e French e Reward Beta Approach Reward Beta Approach Approach**. In: Encontro da Associação Nacional de Pós-graduação e Pesquisa em Administração, 32., 2008, Rio de Janeiro (RJ). Anais... Rio de Janeiro: ANPAD, 2008.

ROLL, R. A. *Critique of the Asset Pricing Theory's Tests*. Journal of Financial Economics, v. 4, p. 129-176, 1977.

ROSS, S. A.; WESTERFIELD, R. W.; JAFFE, J. F. **Administração financeira: Corporate Finance**. São Paulo: Atlas, 2002. 776 p.

ROSS, S. A.; WESTERFIELD W.; JORDAN, B. D. **Fundamentos de administração financeira**. 9. ed. Porto Alegre: AMGH, 2013. 782 p.

ROSS, S. A. *Corporate Finance*. 6th Edition. The McGraw-Hill Companies.Inc. 2003.

ROSS, S. A. *The arbitrage theory of capital asset pricing*. Journal of Economic Theory, v. 13, n. 3, p. 341-360, 1976.

RHAEIM, N.; AMMOU, S.B.; MABROUK, A. B. *Wavelet estimation of systematic risk at different time scales: application to French stock market. The international journal of applied economics and finance*. v.1, n.2, p. 113-119, 2007.

SANTOS, Paulo Sérgio Monteiro dos. **Gestão de riscos empresariais**. Osasco, SP: Novo Século Editora, 2002.

SILVA, S. **Precificação de ativos com risco no Mercado acionário brasileiro: aplicação do modelo CAPM e variantes**. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Lavras, 2007.

SIQUEIRA, Luís Davi Vicensi. **Estratégias de comercialização para o produtor de arroz a partir da diversificação do período de venda**. Dissertação (Mestrado em

Economia do Desenvolvimento) – Faculdade de Administração, Contabilidade e Economia – PUCRS. Porto Alegre: PUCRS, 2010.

SIMONSEN, Mario Henrique e CYSNE, Rubens Penha. **Macroeconomia**. Editora Atlas S.A. Rio de Janeiro, 1995.

SOLNIK, B. *International Investments*. 4 ed. Reading: Addison Wesley Longman, 2000.

SHARPE, N. F. *Capital Asset Prices: a Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk*. *The Journal of Finance*, v. 196, n. 3, p. 425-442, 1964.

SHARPE, N.F.; ALEXANDER, G.J.; BAILEY, J.V. *Investments*. 6<sup>th</sup> ed. New Jersey: Prentice Hall International, 1999.

SPLINTER, K. Najarian and R. *Biomedical Signal and Image Processing CRC Press* - Taylor & Francis Group, 2006.

STULZ, R. *Globalization of Capital Markets and the Cost of Capital: the case of Nestle*. *Journal of Applied Corporate Finance*, v.8 n.3, p.30-38, 1995.

STULZ, R. M. *Globalization, corporate finance, and the cost of capital*. *Journal of Applied Corporate Finance*, v. 12, 1999.

TAK, B. *A new method for forecasting stock prices using artificial neural network and wavelet theory*. 1995. 107 f. Tese (Doutorado em Economia). Universidade de Pensilvânia, Estados Unidos, 1995.

TAPIERO, C. *Risk Finance and Asset Pricing Value, Measurements, and Markets*. Wiley Finance. 1 ed. 2010.

TOBIN, J. *Liquidity Preference as Behavior Towards Risk*. *The Review of Economic Studies*, v. 25, p. 65-86, 1958.

WONG, H., IP, W., XIE, Z., LUI, X.. *Modelling and forecasting by wavelets, and the application to exchange rates*. *Journal of Applied Statistics*, v. 30, n. 5, 2003. p. 537-553.

YAMADA, Hiroshi. *Wavelet-based beta estimation and Japanese industrial stock prices*. *Applied Economics Letters*, v. 12, n. 2, p. 85-88, 2005.

YOUNG, S.David.; O'BYRNE, Stephen F. **EVA e Gestão Baseada em Valor : guia prático para Implementação**. 1. ed. Porto Alegre: Bookman, 2003.